

1ª ficha de exercícios para as aulas práticas

1. Quais das seguintes equações são equações lineares em x, y e z ?

- a)** $\pi^3x + \sqrt{3}y + z = 1$ **b)** $\frac{1}{2}x + z = 0$
c) $x^{-1} + 3y - z = 2$ **d)** $x - yz = 1$
e) $x - \cos y + z = 0$ **f)** $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

2. Diga qual dos seguintes pontos: $(0, 0), (1, 1), (1, -1), (-1, 1)$ é a solução do seguinte sistema de equações lineares nas variáveis x, y .

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

3. Diga quais dos seguintes pontos: $(0, 0, 0, 0), (1, -1, 1, 0), (1, -1, 1, 2), \left(3, -9, 7, \frac{\sqrt[3]{\pi}}{2}\right)$ são soluções do sistema de equações lineares nas variáveis x, y, z e w .

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

4. Determine todos os polinómios $p(t)$ de grau menor ou igual a dois tais que

$$p(1) = 0, \quad p(0) = 1 \quad \text{e} \quad p(-1) = 1.$$

5. Classifique e resolva os seguintes sistemas de equações lineares.

a) $\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ x - 2y + z + w = 2 \\ -2x + 4y - w = -6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ 3x - y + 2z + 5w = 2 \\ -3x + 6y - 9z + 3w = -6 \end{cases}$

6. Para cada parâmetro real α , considere os sistemas de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

a) $\left[\begin{array}{cccc|c} \alpha & -\alpha & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \alpha & -3 \\ 0 & \alpha & 0 & 2 & 2 - \alpha \end{array} \right]$ **b)** $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -\alpha & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{array} \right]$.

Determine os valores de α para os quais o sistema **a)** é possível e resolva-o para $\alpha = -2$. Determine os valores de α para os quais o sistema **b)** é possível e determinado e resolva-o para $\alpha = 0$.

7. **a)** Mostre que $\{s(1, 0, -1) + t(-2, 1, 0) : s, t \in \mathbb{R}\} = \{(x, y, z) : x + 2y + z = 0\}$

b) Determine b tal que $\{(1, 2, -1) + s(1, 0, -1) + t(-2, 1, 0) : s, t \in \mathbb{R}\} = \{(x, y, z) : x + 2y + z = b\}$

8. Determine um sistema de equações lineares cujo conjunto de soluções seja:

a) $\{(2t - 3s, t + s - 1, 2s + 1, t - 1) : s, t \in \mathbb{R}\}$

b) $\{(1 + 3t, -t + 2s - 1, t + s - 2, 2s - t + 2) : s, t \in \mathbb{R}\}$