

**1ª ficha de exercícios para as aulas práticas**

1. Quais das seguintes equações são equações lineares em  $x, y$  e  $z$  ?

**a)**  $\pi^3 x + \sqrt{3}y + z = 1$

**b)**  $\frac{1}{2}x + z = 0$

**c)**  $x^{-1} + 3y - z = 2$

**d)**  $x - yz = 1$

**e)**  $x - \cos y + z = 0$

**f)**  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

2. Diga qual dos seguintes pontos:  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(-1, 1)$  é a solução do seguinte sistema de equações lineares nas variáveis  $x, y$ .

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

3. Diga quais dos seguintes pontos:  $(0, 0, 0, 0)$ ,  $(1, -1, 1, 0)$ ,  $(1, -1, 1, 2)$ ,  $\left(3, -9, 7, \frac{\sqrt[3]{\pi}}{2}\right)$  são soluções do sistema de equações lineares nas variáveis  $x, y, z$  e  $w$ .

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

4. Determine todos os polinómios  $p(t)$  de grau menor ou igual a dois tais que

$$p(1) = 0, \quad p(0) = 1 \quad \text{e} \quad p(-1) = 1.$$

5. Classifique e resolva os seguintes sistemas de equações lineares.

**a)** 
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ x - 2y + z + w = 2 \\ -2x + 4y - w = -6 \end{cases}$$

**b)** 
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ 3x - y + 2z + 5w = 2 \\ -3x + 6y - 9z + 3w = -6 \end{cases}$$

6. Para cada parâmetro real  $\alpha$ , considere os sistemas de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

**a)** 
$$\left[ \begin{array}{cccc|c} \alpha & -\alpha & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & \alpha & -3 \\ 0 & \alpha & 0 & 2 & 2 - \alpha \end{array} \right]$$

**b)** 
$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -\alpha & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{array} \right].$$

Determine os valores de  $\alpha$  para os quais o sistema **a)** é possível e resolva-o para  $\alpha = -2$ .  
 Determine os valores de  $\alpha$  para os quais o sistema **b)** é possível e determinado e resolva-o para  $\alpha = 0$ .

7. **a)** Mostre que  $\{s(1, 0, -1) + t(-2, 1, 0) : s, t \in \mathbb{R}\} = \{(x, y, z) : x + 2y + z = 0\}$   
**b)** Determine  $b$  tal que  $\{(1, 2, -1) + s(1, 0, -1) + t(-2, 1, 0) : s, t \in \mathbb{R}\} = \{(x, y, z) : x + 2y + z = b\}$
8. Determine um sistema de equações lineares cujo conjunto de soluções seja:
- a)**  $\{(2t - 3s, t + s - 1, 2s + 1, t - 1) : s, t \in \mathbb{R}\}$   
**b)**  $\{(1 + 3t, -t + 2s - 1, t + s - 2, 2s - t + 2) : s, t \in \mathbb{R}\}$