Instituto Superior Técnico - Álgebra Linear - 2^o semestre 2017/2018

1^a ficha de exercícios para as aulas práticas

1. Quais das seguintes equações são equações lineares em x, y e z ?

   a) $\pi^3 x + \sqrt{3} y + z = 1$ **b)** $\frac{1}{2} x + z = 0$

   c) $x^{-1} + 3y - z = 2$ **d)** $x - yz = 1$

   e) $x - \cos y + z = 0$ **f)** $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

2. Diga qual dos seguintes pontos:

   $$(0,0)\,,(1,1)\,,(1,-1)\,,(-1,1)$$

   é a solução do seguinte sistema de equações lineares nas variáveis x, y.

   $$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 3 \\ x - y = 2. \end{cases}$$

3. Diga quais dos seguintes pontos:

   $$(0,0,0,0)\,,(1,-1,1,0)\,,(1,-1,1,2)\,,\left(3,-9,7,\frac{\sqrt[3]{\pi}}{2}\right)$$

   são soluções do sistema de equações lineares nas variáveis x, y, z e w.

   $$\begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

4. Determine todos os polinómios $p(t)$ de grau menor ou igual a dois tais que

   $$p(1) = 0, \qquad p(0) = 1 \qquad \text{e} \qquad p(-1) = 1.$$

5. Resolva o seguinte sistema de equações lineares.

   $$\begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ 3x - y + 2z + 5w = 2 \\ -3x + 6y - 9z + 3w = -6 \end{cases}$$

6. Para cada parâmetro real α, considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

   $$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -\alpha & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{array}\right].$$

   Determine, justificando, os valores de α para os quais o sistema anterior é possível, e calcule a solução geral do sistema correspondente a $\alpha = 0$.

7. Determine um sistema de equações lineares cujo conjunto de soluções seja:

   $$\{(2t - 3s, t + s - 1, 2s + 1, t - 1) : s, t \in \mathbb{R}\}$$