Ficha de preparação para o 3º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR - LEGM - MEC

1) Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 0 & 0 & 2 \\ \sqrt{3} & \sqrt{5} & 1 & 1 & -1 \\ -\sqrt{5} & 2 & -2 & 2 & \sqrt{2} \\ 5 & 3 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Calcule a entrada $(5,2)$ de A^{-1}.

2) Sabendo que $\begin{vmatrix} a & b & 0 & c \\ x & y & -1 & z \\ d & e & 0 & f \\ g & h & 0 & i \end{vmatrix} = -6$ calcule $\begin{vmatrix} 2i & 6g & 2h \\ 3f-2c & 9d-6a & 3e-2b \\ c & 3a & b \end{vmatrix}$.

3) Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ e considere o produto interno usual. Diagonalize ortogonalmente A. Isto é, determine uma matriz ortogonal P^T e uma matriz diagonal D tais que $D = PAP^T$.

4) Considere a matriz que admite os vectores próprios

$$v_1 = (-1,0,1), \qquad v_2 = (0,1,0), \qquad v_3 = (1,0,3),$$

associados respectivamente aos valores próprios $0, 2$ e 4. Determine essa matriz.

5) Considere em $\mathbb{R}^4$ o produto interno usual e os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^4$:

$$U = L\left(\{(1,0,1,0),(0,0,1,1)\}\right), \qquad V = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 : \; x - z + w = 0\}.$$

a) Determine uma base ortogonal para $\mathbb{R}^4$ que inclua o vector $(1,0,3,2)$.

b) Calcule $d\left((1,0,1,1), U^\perp \cap V^\perp\right)$.

6) Considere em $\mathcal{P}_1$ um produto interno $\langle , \rangle$ para o qual se tenha $G_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, onde $\mathcal{B}$ é a base ordenada de $\mathcal{P}_1$ que verifica $S_{\mathcal{B}\to\mathcal{B}_c} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $\mathcal{B}_c = \{1, t\}$. Determine uma base ortonormada para $\left(L\left(\{2+3t\}\right)\right)^\perp$.