

Ficha de preparação para uma parte do 1º teste de Álgebra Linear
LEGM - MEC

1) Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & \alpha & 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 1 & \alpha & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \alpha & \alpha & -1 \end{array} \right].$$

Determine os valores de α para os quais o sistema anterior é impossível e calcule a solução geral do sistema correspondente a $\alpha = 0$.

2) Determine a matriz $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ tal que

$$3 \left(A^T - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \right)^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} A \operatorname{tr} I.$$

3) Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ tais que A e B são invertíveis e simétricas. Mostre que $(AB)^{-1}$ é simétrica se e só se $AB = BA$.