Instituto Superior Técnico | 1^o semestre 2017/2018
Departamento de Matemática | 17 de Outubro de 2017
Secção de Álgebra e Análise | Duração: 45 minutos

1^o TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

Licenciatura em Engenharia Informática e de Computadores - Alameda

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS

1) Para cada parâmetro real α, considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & \alpha \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right].$$

a) (1.0) Determine os valores de α para os quais o sistema anterior é possível.

b) (1.0) Determine o conjunto solução do sistema correspondente a $\alpha = 0$.

2) (1.0) Determine a matriz $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tal que $(A - 2I)\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

3) (1.0) Considere o subespaço linear $W = \{a_0 + a_1 t + a_2 t^2 : a_0 + 2a_1 + a_2 = 0\}$ de $\mathcal{P}_2$. Verifique se o conjunto $\{-2 + t, -1 + t^2\}$ é um conjunto gerador de W.

4) (0.5) Considere os subespaços lineares

$$U = L\left(\left\{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\right\}\right) \qquad \text{e} \qquad V = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) : b - c = 0\right\}$$

de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$. Determine $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ tal que $U \cap V = L(\{A\})$.

5) (0.5) Determine $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ de modo a ter-se $L(\{(1, 0, -1), (2, -1, 0)\}) = L(\{(0, 1, -2), (x, y, z)\})$.