

Análise Complexa e Equações Diferenciais**1º Semestre 2019/2020****2º Teste, versão B****(CURSOS: LEIC-T, LEGI, LEE, LETI)****14 de Dezembro de 2019, 9h30m****Duração: 1h 30m**

[1,5 val.]

1. Resolva o problema de valor inicial,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-xy}{1+x^2} + e^x (1+x^2)^{-1/2}, \quad y(0) = -1$$

indicando o intervalo máximo de existência da solução.

[2,5 val.]

2. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 2 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(a) Calcule e^{At} ;

(b) Resolva o problema de valor inicial

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = Ay + b(t) \\ y(0) = (0, 1, 1) \end{cases}$$

onde $b(t) = (0, 0, e^{2t})$.

[1,5 val.]

3. Determine a solução geral da equação

$$y''' - y' = e^t$$

[1,5 val.]

4. Determine a série de Fourier da função
- $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$
- definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{se } -\pi \leq x < -\pi/2 \\ -1 & \text{se } -\pi/2 \leq x < \pi/2 \\ 3 & \text{se } \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

indicando a soma da série para cada $x \in [-\pi, \pi]$.

[2,0 val.]

5. Determine uma solução do problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} = 2u & \text{para } 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(t, 0) = u(t, \pi) = 0 & \text{para } t \geq 0 \\ u(0, x) = 5 \sin(2x) & \text{para } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

[1,0 val.]

6. Considere o problema de valor inicial

$$\frac{dy}{dt} = \frac{e^{\arctg(y + \sin t)}}{y^3}, \quad y(0) = 2.$$

Mostre que a solução é única e que o intervalo máximo de existência não é limitado superiormente. Calcule ainda o limite $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$.