

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Respostas à Ficha de Trabalho 1

- (i) $e^{\frac{3\pi i}{2}}$; (ii) $\sqrt{2}e^{-\frac{\pi i}{4}}$; (iii) $2e^{\frac{\pi i}{4}}$; (iv) $2e^{-\frac{\pi i}{6}}$; (v) $4e^{-\frac{\pi i}{3}}$; (vi) $8e^{i\pi}$;
(vii) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{\pi i}{4}}$; (viii) $\sqrt{2}e^{-\frac{5\pi i}{12}}$.
- (i) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$; (ii) -5 ; (iii) $-2i$; (iv) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$; (v) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.
- (i) $i^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 4k; \\ i & \text{se } n = 4k + 1; \\ -1 & \text{se } n = 4k + 2; \\ -i & \text{se } n = 4k + 3. \end{cases}$
(ii) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 4k; \\ -i & \text{se } n = 4k + 1; \\ -1 & \text{se } n = 4k + 2; \\ i & \text{se } n = 4k + 3. \end{cases}$
(iii) $2^{\frac{n}{2}+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$.
- (i) $\{e^{\frac{\pi i}{6}}, -i, e^{\frac{5\pi i}{6}}\}$; (ii) $\pm 2e^{-\frac{\pi i}{6}}$; (iii) $\sqrt[4]{2}e^{\frac{\pi i}{28} + \frac{2k\pi i}{7}}$ com $k = 0, \dots, 6$;
(iv) $\sqrt[3]{2}e^{\frac{\pi i}{12} + \frac{2k\pi i}{3}}$ com $k = 0, 1, 2$.
- (i) $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
(ii) $z = \pm 1$ ou $z = e^{\frac{\pi i}{4} + \frac{k\pi i}{2}}$ com $k = 0, 1, 2, 3$.
(iii) $0, \pm i\sqrt{3}, \pm \frac{i}{\sqrt{3}}$.
(iv) $-1, i, -i, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$.
(v) $3, 1 + 2i, -1, 1 - 2i$.
- (i) Circunferência com centro em $-1 + i$ de raio 4.
(ii) Recta horizontal com ordenada 1.
(iii) Região abaixo da recta da alínea anterior.
(iv) O complementar do interior do círculo de raio 2 centrado em $-2i$.
(v) Região acima da, ou na, recta horizontal de ordenada $\frac{1}{2}$.
(vi) Semi-plano à direita do eixo dos yy .
(vii) Região compreendida entre as circunferências de raios 1 e 2 centradas em 1.

- (viii) Complementar do eixo dos yy .
- (ix) Elipse com focos em $-i$ e $3i$, eixo vertical de comprimento 6 e horizontal de comprimento $2\sqrt{5}$.
- (x) Exterior do círculo de raio 1 centrado em 1.