

*Análise Complexa e Equações Diferenciais*  
2º Semestre 2017/2018

1º Teste, versão B

(CURSOS: LEIC-T, LEGI, LEE, LETI)

16 de Dezembro de 2017, 9h00m

**Duração: 1h 30m**

- [2,5 val.] 1. Considere a seguinte equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{\text{sen}(y)}.$$

Determine uma solução da equação que satisfaz  $y(1) = \pi/2$ , indicando o intervalo máximo de existência e unicidade da solução.

- [2,0 val.] 2. Considere o sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = 9x + e^{2t} \end{cases}$$

Calcule a solução que satisfaz as condições iniciais  $x(0) = 0$  e  $y(0) = 1$ .

- [2,0 val.] 3. Determine a solução geral da equação  $y''' - y'' - 2y' = -3t$ .

- [2,5 val.] 4. Considere o problema de valores inicial e de fronteira

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \text{para } 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & \text{para } t > 0 \\ u(0, x) = f(x) & \text{para } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

(a) Determine a solução do problema indicado, para  $f(x) = 2 \text{sen}(x) + 5 \text{sen}(3x)$ .

(b) Determine a solução formal do problema indicado, para  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \pi & \text{se } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{se } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- [1,0 val.] 5. Considere o sistema de equações lineares de primeira ordem  $x' = \mathbf{A}x$ , onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $n \times n$  com componentes reais. Determine justificando, que condições deve satisfazer a matriz  $\mathbf{A}$  por forma a garantir a existência de soluções  $x = x(t)$  tais que a função  $f(t) = \|x(t)\|$  é limitada para  $t \in \mathbb{R}$ .