TÉCNICO LISBOA

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2017/2018

2º Teste, versão A

(CURSOS: LEIC-T, LEGI, LEE, LETI)

16 de Dezembro de 2017, 9h00m

Duração: 1h 30m

[2,5 val.] 1. Considere a seguinte equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{\cos(2y)} .$$

Determine uma solução da equação que satisfaz $y(1/2) = 0$, indicando o intervalo máximo de existência e unicidade da solução.

[2,0 val.] 2. Considere o sistema de equações diferenciais

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + e^{3t} \end{cases}$$

Calcule a solução que satisfaz as condições iniciais $x(0) = 1$ e $y(0) = 0$.

[2,0 val.] 3. Determine a solução geral da equação $y''' + y'' - 2y' = 4t$.

[2,5 val.] 4. Considere o problema de valores inicial e de fronteira

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \text{para} \quad 0 < x < \pi \ , \ t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & \text{para} \quad t > 0 \\ u(0,x) = f(x) & \text{para} \quad 0 \le x \le \pi \end{cases}$$

(a) Determine a solução do problema indicado, para $f(x) = 3\,\mathrm{sen}(2x) - \mathrm{sen}(5x)$.

(b) Determine a solução formal do problema indicado, para $f : [0,\pi] \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad 0 \le x < \frac{\pi}{2} \\ \pi & \text{se} \quad \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$$

[1,0 val.] 5. Considere o sistema de equações lineares de primeira ordem $x' = \mathbf{A}x$, onde $\mathbf{A}$ é uma matriz $n \times n$ com componentes reais. Determine justificando, que condições deve satisfazer a matriz $\mathbf{A}$ por forma a garantir a existência de soluções $x = x(t)$ tais que a função $f(t) = ||x(t)||$ é limitada para $t \in \mathbb{R}$.