Aula prática 8 - 24 Novembro 2003

Exercício de avaliação A:

1. Considere a expressão regular $\alpha = a + (bc^*)^*$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$.

2. Considere a seguinte gramática regular $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \rightarrow aA \\ A \rightarrow aA \mid bA \mid cB \mid \epsilon \\ B \rightarrow aB \mid bB \mid b \end{array}$$

Usando algoritmos estudados, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$ (Sugestão: use o algoritmo que permite obter um afnd a partir de uma gramática regular).

Resolução:

1. Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

- O autómato $A_a = (\{q_1, q_2\}, \{a\}, \delta_1, q_1, \{q_2\})$ onde

  $\delta_1 : \{q_1, q_2\} \times (\{a\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1, q_2\}}$ com

δ_1	a	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_a} = \{a\} = L(a)$.

- O autómato $A_b = (\{q_4, q_5\}, \{b\}, \delta_2, q_4, \{q_5\})$ onde

  $\delta_2 : \{q_4, q_5\} \times (\{b\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_4, q_5\}}$ com

δ_2	b	ϵ
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_b} = \{b\} = L(b)$.

- O autómato $A_c = (\{q_7, q_8\}, \{c\}, \delta_3, q_7, \{q_8\})$ onde

  $\delta_3 : \{q_7, q_8\} \times (\{c\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_7, q_8\}}$ com

δ_3	c	ϵ
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$

  é tal que $L_{A_c} = \{c\} = L(c)$.

- O autómato $A_{c^*} = (\{q_6, q_7, q_8\}, \{c\}, \delta_4, q_6, \{q_6, q_8\})$ onde

  $\delta_4 : \{q_6, q_7, q_8\} \times (\{c\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_6, q_7, q_8\}}$ com

δ_4	c	ϵ
q_6	$\emptyset$	$\{q_7\}$
q_7	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\{q_7\}$

é tal que $L_{A_{c^*}} = \{c\}^* = L(c^*)$.

- O autómato $A_{bc^*} = (\{q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{b, c\}, \delta_5, q_4, \{q_6, q_8\})$ onde

  $\delta_5 : \{q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\} \times (\{b, c\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_4,q_5,q_6,q_7,q_8\}}$ com

δ_5	b	c	ϵ
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_7\}$
q_7	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_7\}$

  é tal que $L_{A_{bc^*}} = \{bc^*\} = L(bc^*)$.

- O autómato $A_{(bc^*)^*} = (\{q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{b, c\}, \delta_6, q_3, \{q_3, q_6, q_8\})$ onde

  $\delta_6 : \{q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\} \times (\{b, c\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_3,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8\}}$ com

δ_6	b	c	ϵ
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_7\}$
q_7	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_7\}$

  é tal que $L_{A_{(bc^*)^*}} = \{bc^*\}^* = L((bc^*)^*)$.

- O autómato $A_{a+(bc^*)^*} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}$;
  - $I = \{a, b, c\}$;
  - $F = \{q_2, q_3, q_6, q_8\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	a	b	c	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_3\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_6	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_7\}$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_8\}$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_7\}$

  é o autómato A' pedido.

2. Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

- A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, A, B, E\}, \{a, b, c\}, \delta_1, S, \{A, E\})$ onde

  $\delta_1 : \{S, A, B, E\} \times \{a, b, c\} \to 2^{\{S,A,B,E\}}$ com

δ_1	a	b	c
S	$\{A\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
A	$\{A\}$	$\{A\}$	$\{B\}$
B	$\{B\}$	$\{B, E\}$	$\emptyset$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

  que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido $A'' = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, S, A, B, E\}$;
  - $I = \{a, b, c\}$;
  - $F = \{q_0, A, E\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	a	b	c	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
S	$\{A\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
A	$\{A\}$	$\{A\}$	$\{B\}$	$\{S\}$
B	$\{B\}$	$\{B, E\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
X	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$

Exercício de avaliação B:

1. Considere a expressão regular $\alpha = 01^*0 + 2^*$. Usando o algoritmo estudado, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A', tal que $L_{A'} = L(\alpha)$.

2. Considere a seguinte gramática regular $G = (\{S, R, T\}, \{0, 1, 2\}, P, S)$ onde

$$P :: \begin{array}{l} S \to 0R \mid \epsilon \\ R \to 0R \mid 1R \mid 2T \mid 0 \\ T \to 0T \mid 1T \mid 2R \end{array}$$

   Usando algoritmos estudados, construa um autómato finito não determinista com movimentos ϵ, A'', tal que $L_{A''} = (L_G)^*$ (Sugestão: use o algoritmo que permite obter um afnd a partir de uma gramática regular).

Resolução:

1. Usando o algoritmo estudado o autómato A' é obtido como se descreve de seguida.

   - O autómato $A_0^1 = (\{q_1, q_2\}, \{0\}, \delta_1^1, q_1, \{q_2\})$ onde

$\delta_1^1 : \{q_1, q_2\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2\}}$ com

δ_1^1	0	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_0^1} = \{0\} = L(0)$.

- O autómato $A_0^2 = (\{q_6, q_7\}, \{0\}, \delta_1^2, q_6, \{q_7\})$ onde

$\delta_1^2 : \{q_6, q_7\} \times (\{0\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_6,q_7\}}$ com

δ_1^2	0	ϵ
q_6	$\{q_7\}$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_0^2} = \{0\} = L(0)$.

- O autómato $A_1 = (\{q_4, q_5\}, \{1\}, \delta_2, q_4, \{q_5\})$ onde

$\delta_2 : \{q_4, q_5\} \times (\{1\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_4,q_5\}}$ com

δ_2	1	ϵ
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_1} = \{1\} = L(1)$.

- O autómato $A_2 = (\{q_9, q_{10}\}, \{2\}, \delta_3, q_9, \{q_{10}\})$ onde

$\delta_3 : \{q_9, q_{10}\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_9,q_{10}\}}$ com

δ_3	2	ϵ
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_2} = \{2\} = L(2)$.

- O autómato $A_{2^*} = (\{q_8, q_9, q_{10}\}, \{2\}, \delta_4, q_8, \{q_8, q_{10}\})$ onde

$\delta_4 : \{q_8, q_9, q_{10}\} \times (\{2\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_8,q_9,q_{10}\}}$ com

δ_4	2	ϵ
q_8	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\{q_9\}$

é tal que $L_{A_{2^*}} = \{2\}^* = L(2^*)$.

- O autómato $A_{1^*} = (\{q_3, q_4, q_5\}, \{1\}, \delta_5, q_3, \{q_3, q_5\})$ onde

$\delta_5 : \{q_3, q_4, q_5\} \times (\{1\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_3,q_4,q_5\}}$ com

δ_5	1	ϵ
q_3	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\{q_4\}$

é tal que $L_{A_{1^*}} = \{1\}^* = L(1^*)$.

- O autómato $A_{01^*} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1\}, \delta_6, q_1, \{q_3, q_5\})$ onde

$\delta_6 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \times (\{0, 1\} \cup \{\epsilon\}) \rightarrow 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5\}}$ com

δ_6	0	1	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4\}$

é tal que $L_{A_{01^*}} = \{01^*\} = L(01^*)$.

- O autómato $A_{01^*0} = (\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \{0, 1\}, \delta_7, q_1, \{q_7\})$ onde
  $\delta_7 : \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\} \times (\{0, 1\} \cup \{\epsilon\}) \to 2^{\{q_1,q_2,q_3,q_4,q_5,q_6,q_7\}}$ com

δ_7	0	1	ϵ
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_6\}$
q_6	$\{q_7\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

é tal que $L_{A_{01^*0}} = \{01^*0\} = L(01^*0)$.

- O autómato $A_{01^*0+2^*} = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}\}$;
  - $I = \{0, 1, 2\}$;
  - $F = \{q_8, q_8, q_{10}\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_1, q_8\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3\}$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_6\}$
q_4	$\emptyset$	$\{q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_5	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_4, q_6\}$
q_6	$\{q_7\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_7	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
q_8	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$
q_9	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_{10}\}$	$\emptyset$
q_{10}	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_9\}$

é o autómato A' pedido.

2. Usando algoritmos estudados o autómato é obtido como seguidamente se descreve.

   - A partir de G obtém-se o autómato $A_G = (\{S, R, T, E\}, \{0, 1, 2\}, \delta_1, S, \{S, E\})$ onde

$\delta_1 : \{S, R, T, E\} \times \{0, 1, 2\} \to 2^{\{S,R,T,E\}}$ com

δ_1	0	1	2
S	$\{R\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
R	$\{R, E\}$	$\{R\}$	$\{T\}$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{R\}$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

que verifica $L_{A_G} = L_G$.

- A partir de A_G obtém-se o autómato pedido $A'' = (Q, I, \delta, q_0, F)$ onde
  - $Q = \{q_0, S, R, T, E\}$;
  - $I = \{0, 1, 2\}$;
  - $F = \{q_0, S, E\}$;
  - $\delta : Q \times (I \cup \{\epsilon\}) \to 2^Q$ com

δ	0	1	2	ϵ
q_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
S	$\{R\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$
R	$\{R, E\}$	$\{R\}$	$\{T\}$	$\emptyset$
T	$\{T\}$	$\{T\}$	$\{R\}$	$\emptyset$
E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{S\}$