Aula prática 4

Exercício de avaliação A: Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, s_0, F)$ onde

- $Q = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{s_2, s_3\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

δ	1	2
s_0	s_3	s_1
s_1	s_2	s_0
s_2	s_3	s_4
s_3	s_2	s_4
s_4	s_2	s_3

a) Existe algum autómato com menos estados que os de D e cuja linguagem seja L_D? Justifique.

Resolução:

O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função δ é total pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

s_1				
s_2	$\surd$	$\surd$		
s_3	$\surd$	$\surd$		
s_4	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
	s_0	s_1	s_2	s_3

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

s_0, s_3

s_0, s_2

s_1, s_3

s_1, s_2

s_2, s_4

s_3, s_4

porque um dos estados é final e o outro não.

No passo iterativo

- a partir do par s_1, s_3 é identificado como par de estados distinguíveis o par s_0, s_4 porque

$$\delta(s_0, 2) = s_1$$
$$\delta(s_4, 2) = s_3$$

- a partir do par s_0, s_3 é identificado como par de estados distinguíveis o par s_1, s_4 porque

$$\delta(s_1, 2) = s_0$$
$$\delta(s_4, 2) = s_3.$$

Existe um autómato que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D, pois existem estados equivalentes como por exemplo s_0, s_1.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução: O autómato D não tem estados inúteis pelo não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q em 3 conjuntos

- $C_0 = \{s_0, s_1\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_0)
- $C_1 = \{s_2, s_3\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_2)
- $C_2 = \{s_4\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a s_4)

O autómato pedido é $D' = (Q', I, \delta', C_0, \{C_1\})$ onde

- $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	1	2
C_0	C_1	C_0
C_1	C_1	C_2
C_2	C_1	C_1

Exercício de avaliação B: Considere o autómato finito determinista tal que $D = (Q, I, \delta, t_0, F)$ onde

- $Q = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F = \{t_1, t_2\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ tal que

δ	1	2
t_0	t_2	t_1
t_1	t_2	t_0
t_2	t_1	t_0
t_3	t_2	t_4
t_4	t_1	t_3

a) Existe algum autómato com menos estados que os de D e cuja linguagem seja L_D? Justifique.

Resolução:

Todos os estados do autómato são produtivos mas t_3 e t_4 não são relevantes. Eliminando os estados não relevantes obtém-se o autómato $D' = (Q', I, \delta', t_0, F')$ onde

- $Q' = \{t_0, t_1, t_2\}$
- $I = \{1, 2\}$
- $F' = \{t_1, t_2\}$
- $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

δ'	1	2
t_0	t_2	t_1
t_1	t_2	t_0
t_2	t_1	t_0

Há agora que determinar se D' tem pares de estados equivalentes. A função δ' é total pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD). Obtém-se a tabela

t_1	$\surd$	
t_2	$\surd$	
	t_0	t_1

No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados

t_0, t_1

t_0, t_2

porque um dos estados é final e o outro não. No passo iterativo não são identificados mais pares de estados distinguíveis.

Existe um autómato que reconhece exactamente L_D e tem menos estados que D, pois existem estados equivalentes: t_1, t_2.

b) Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente L_D e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

Resolução: O autómato D tem estados inúteis que foram eliminados em a) tendo-se obtido o autómato D'. Em a) determinou-se também os estados equivalentes de D'. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de Q' em 2 conjuntos

- $C_0 = \{t_0\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a t_0)
- $C_1 = \{t_1, t_2\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a t_1)

O autómato pedido é $D'' = (Q'', I, \delta'', C_0, \{C_1\})$ onde

- $Q'' = \{C_0, C_1\}$
- $\delta'' : Q'' \times I \to Q''$ tal que

δ''	1	2
C_0	C_1	C_1
C_1	C_1	C_0