Aula prática 11

Exercício de avaliação A:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< T[2,1], S[1], S[1] >$

Resolução:
$\gamma(< T[2,1], S[1], S[1] >) = \tau(\beta(T(2,1)), \beta(S(1)), \beta(S(1))) =$
$\tau(6,1,1) = 2^6 + 2^8 + 2^{10} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(T(2,1)) = 4.\pi(2-1, 1-1)+2 = 4.\pi(1,0)+2 = 4.(2^1.(2.0+1)-1)+2 = 6$
- $\beta(S(1)) = 4.(1-1) + 1 = 1$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 5124?

Resolução: $\gamma^{-1}(5124) =< Z(1)S(1)J(2,1,1)S(1) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(5124)$
  - $5124+1 = 5125 = 2^0+2^2+2^{10}+2^{12}$ o que significa que $\tau^{-1}(5124)$ tem 4 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(5124) = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3)\beta^{-1}(a_4) >$
  - $a_1 = 0$
    $a_2 = 2 - 0 - 1 = 1$
    $a_3 = 10 - 2 - 1 = 7$
    $a_4 = 12 - 10 - 1 = 1$

  e portanto $\tau^{-1}(5124) = (0, 1, 7, 1)$
- Cálculo de $p_1 = \beta^{-1}(0)$
  - $0 = 4.0$ e portanto p_1 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_1 = \beta^{-1}(0) = Z(1)$
- Cálculo de $p_2 = p_4 = \beta^{-1}(1)$
  - $1 = 4.0 + 1$ e portanto $p_2(= p_4)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_2 = p_4 = \beta^{-1}(1) = S(1)$
- Cálculo de $p_3 = \beta^{-1}(7)$
  - $7 = 4.1 + 3$ e portanto p_3 é um comando do tipo $J(m, n, q)$ com $(m, n, q) = \xi^{-1}(1)$

- $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$
- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q - 1 = 0$
- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $m - 1 = 1$ e $n - 1 = 0$

pelo que $p_3 = \beta^{-1}(7) = J(2, 1, 1)$

Exercício de avaliação B:
a) Calcule o número de Gödel do programa $< Z(2)T(2,1)S(1) >$

Resolução:
$\gamma(< Z(2)T(2,1)S(1) >) = \tau(\beta(Z(2)), \beta(T(2,1)), \beta(S(1))) =$
$\tau(4, 6, 1) = 2^4 + 2^{11} + 2^{13} - 1$

Cálculos auxiliares:

- $\beta(Z(2)) = 4.(2-1) = 4$
- $\beta(T(2,1)) = 4.\pi(2-1, 1-1) + 2 = 4.\pi(1,0) + 2 = 4.(2^1.(2.0+1) - 1) + 2 = 6$
- $\beta(S(1)) = 4.(1-1) + 1 = 1$

b) Qual é o programa URM cujo número de Gödel é 5503?

Resolução: $\gamma^{-1}(5503) =< J[2,1,1], Z[1], S[1], S[1]) >$

Cálculos auxiliares:

- Cálculo de $\tau^{-1}(5503)$
  - $5503 + 1 = 5504 = 2^7 + 2^8 + 2^{10} + 2^{12}$ o que significa que $\tau^{-1}(5503)$ tem 4 componentes ou seja, é $\tau^{-1}(5503) = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, e o programa é $< \beta^{-1}(a_1)\beta^{-1}(a_2)\beta^{-1}(a_3), \beta^{-1}(a_4) >$
  - $a_1 = 7$
    $a_2 = 8 - 7 - 1 = 0$
    $a_3 = 10 - 8 - 1 = 1$
    $a_4 = 12 - 10 - 1 = 1$

  e portanto $\tau^{-1}(5503) = (7, 0, 1, 1)$
- Cálculo de $p_1 = \beta^{-1}(7)$
  - $7 = 4.1 + 3$ e portanto p_1 é um comando do tipo $J(m, n, q)$ com $(m, n, q) = \xi^{-1}(1)$
  - $\xi^{-1}(1) = \pi(\pi(m-1, n-1), q-1)$

- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
  $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $\pi(m-1, n-1) = 1$ e $q - 1 = 0$
- $1 + 1 = 2 = 2^1 \times 1$ pelo que
  $\pi^{-1}(1) = (1, (1-1)/2) = (1, 0)$ e portanto $m - 1 = 1$ e $n - 1 = 0$

pelo que $p_1 = \beta^{-1}(7) = J(2, 1, 1)$

- Cálculo de $p_2 = \beta^{-1}(0)$
  - $0 = 4.0$ e portanto p_2 é um comando do tipo $Z(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_2 = \beta^{-1}(0) = Z(1)$
- Cálculo de $p_3 = p_4 = \beta^{-1}(1)$
  - $1 = 4.0 + 1$ e portanto $p_3 (= p_4)$ é um comando do tipo $S(n)$ com $n = 0 + 1$

  pelo que $p_3 = p_4 = \beta^{-1}(1) = S(1)$