**Aula prática 4 - 30 Outubro 2003**

**Exercício de avaliação A:** Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_A = (Q, I, \delta, p, F)$ onde

- $Q = \{p, q, r, s, t\}$;
- $I = \{0, 1\}$;
- $F = \{r\}$;
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

| $\delta$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $p$ | $s$ | $t$ |
| $q$ | $r$ | $s$ |
| $r$ | $r$ | $r$ |
| $s$ | $r$ | $q$ |
| $t$ | $q$ | $p$ |

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que $D_A$ e cuja linguagem reconhecida seja $L_{D_A}$? Justifique.
2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente $L_{D_A}$ e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

**Resolução:**

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função $\delta$ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $q$ | $\surd$ | | | |
| $r$ | $\surd$ | $\surd$ | | |
| $s$ | $\surd$ | | $\surd$ | |
| $t$ | | $\surd$ | $\surd$ | $\surd$ |
| | $p$ | $q$ | $r$ | $s$ |

   (a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados $(p, r)$, $(q, r)$, $(s, r)$ e $(t, r)$ porque $r \in F$ e $p, q, s, t \notin F$;

   (b) Como a função de transição é total, não é possível identificar mais pares de estados distinguíveis no passo inicial.

   (c) No passo iterativo

      i. a partir do par $(q, r)$ identificamos como pares de estados distinguíveis os pares $(t, q)$ e $(t, s)$ porque

$$\delta(t,0) = q \quad \text{e}$$
$$\delta(q,0) = \delta(s,0) = r.$$

ii. a partir do par $(s,r)$ identificamos como pares de estados distinguíveis os pares $(p,q)$ e $(p,s)$ porque

$$\delta(p,0) = s \quad \text{e}$$
$$\delta(q,0) = \delta(s,0) = r.$$

Logo existe um autómato que reconhece exactamente $L_{D_A}$ e tem menos estados que $D_A$, pois existem estados equivalentes como por exemplo $(p,t)$.

2. O autómato $D_A$ não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de $Q$ em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{p,t\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $p$)
   - $C_1 = \{q,s\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $q$)
   - $C_2 = \{r\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $r$)

   O autómato pedido é $D'_A = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

| $\delta'$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $C_0$ | $C_1$ | $C_0$ |
| $C_1$ | $C_2$ | $C_1$ |
| $C_2$ | $C_2$ | $C_2$ |

**Exercício de avaliação B:** Considere o seguinte autómato finito determinista.

$D_B = (Q, I, \delta, t, F)$ onde

- $Q = \{p,q,r,s,t\}$
- $I = \{1,2\}$
- $F = \{s\}$
- $\delta : Q \times I \to Q$ é dada pela tabela

| $\delta$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $p$ | $q$ | $t$ |
| $q$ | $s$ | $r$ |
| $r$ | $s$ | $q$ |
| $s$ | $s$ | $s$ |
| $t$ | $r$ | $p$ |

1. Existe algum autómato que tenha menos estados que $D_B$ e cuja linguagem reconhecida seja $L_{D_B}$? Justifique.

2. Se respondeu afirmativamente à alínea anterior, construa um autómato finito determinista que reconheça exactamente $L_{D_B}$ e tenha o menor número possível de estados. Justifique.

**Resolução:**

1. O autómato não tem estados inúteis, pelo que há que determinar se existem estados equivalentes. A função $\delta$ não é total mas todos os estados são produtivos pelo que se pode aplicar o algoritmo de procura exaustiva de pares distinguíveis (APEPD) para tentar encontrar pares de estados equivalentes. Obtém-se a tabela

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $q$ | $\surd$ | | | |
| $r$ | $\surd$ | | | |
| $s$ | $\surd$ | $\surd$ | $\surd$ | |
| $t$ | | $\surd$ | $\surd$ | $\surd$ |
| | $p$ | $q$ | $r$ | $s$ |

   (a) No passo inicial são identificados como distinguíveis os pares de estados $(p, s)$, $(q, s)$, $(r, s)$ e $(t, s)$ porque $s \in F$ e $p, q, r, t \notin F$;

   (b) Como a função de transição é total, não é possível identificar mais pares de estados distinguíveis no passo inicial.

   (c) No passo iterativo

      i. a partir do par $(q, s)$ identificamos como pares de estados distinguíveis os pares $(p, q)$ e $(p, r)$ porque

$$\delta(p, 1) = q \quad \text{e}$$
$$\delta(q, 1) = \delta(r, 1) = s.$$

      ii. a partir do par $(r, s)$ identificamos como pares de estados distinguíveis os pares $(t, q)$ e $(t, r)$ porque

$$\delta(t, 1) = r \quad \text{e}$$
$$\delta(q, 1) = \delta(r, 1) = s.$$

Logo existe um autómato que reconhece exactamente $L_{D_B}$ e tem menos estados que $D_B$, pois existem estados equivalentes como por exemplo $(r, q)$.

2. O autómato $D_B$ não tem estados inúteis pelo que não é necessário eliminar tais estados. Para colapsar os estados equivalentes, a partir da tabela construída na alínea anterior faz-se uma partição de $Q$ em 3 conjuntos

   - $C_0 = \{p, t\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $p$)
   - $C_1 = \{q, r\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $q$)
   - $C_2 = \{s\}$ (o conjunto dos estados equivalentes a $s$)

   O autómato pedido é $D'_B = (Q', I, \delta', C_0, \{C_2\})$ onde

   - $Q' = \{C_0, C_1, C_2\}$
   - $\delta' : Q' \times I \to Q'$ tal que

| $\delta'$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $C_0$ | $C_1$ | $C_0$ |
| $C_1$ | $C_2$ | $C_1$ |
| $C_2$ | $C_2$ | $C_2$ |