

Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Lic. em Engenharia Informática e de Computadores (Alameda)

Teoria da Computação

Exame 1 - Versão B

23 de Janeiro de 2004

Duração: 3h

Cotação : 10 valores

A questão 1.4b) pesa a classificação obtida nas fichas electrónicas

Grupo 1

1.1

(1.0+0.3+0.8)

Considere a linguagem L sobre o alfabeto $I = \{x, y\}$ constituída pelas sequências nas quais os dois primeiros símbolos são diferentes e os dois últimos símbolos são iguais.

- a) Construa um autómato finito determinista D tal que $L_D = L$.
- b) Mostre que $xyy \in L_D$.
- c) Existe algum autómato finito determinista D' com menos estados que D e tal que $L_{D'} = L_D$? Recorrendo a técnicas estudadas, justifique detalhadamente a sua resposta. Notar bem: *não* é necessário construir o autómato D' no caso da resposta à pergunta ser afirmativa.

1.2

(1.0+0.7+0.7)

Considere a linguagem L sobre o alfabeto $I = \{0, 1, 2\}$ constituída pelas sequências que começam por 2 e a soma dos dígitos que as compõem é ímpar.

- a) Construa uma gramática regular G tal que $L_G = L$.
- b) A partir da gramática G , e usando o algoritmo estudado, encontre uma expressão regular α tal que $L(\alpha) = L_G$.
- c) A partir da gramática G , e usando algoritmos estudados, comece por obter um autómato finito não determinista A tal que $L_A = L$ e obtenha depois a partir deste um autómato finito não determinista com movimentos ϵ , A' , tal que $L_{A'} = L^*$.

1.3

(0.8)

Escreva uma expressão regular β sobre o alfabeto $I = \{a, b, c\}$ tal que $L(\beta)$ seja o conjunto das sequências não vazias nas quais a seguir a um c nunca existe um a e que começam e terminam com o mesmo símbolo.

1.4

(0.7+1.2+0.8)

- a) Considere o programa URM seguinte.

1 S(2)
2 J(3,2,12)
3 S(3)
4 S(3)
5 J(3,1,9)
6 S(4)
7 S(1)
8 J(3,3,5)
9 S(4)
10 T(4,1)
11 J(3,3,13)
12 T(2,1)

Apresente o fluxograma e diga qual é a função ternária calculada pelo programa.

- b) Considere uma função $h : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ total e suponha que dispõe de um oráculo $H[p, q]$ que, sendo x o conteúdo do registo R_p , coloca o valor $h(x)$ no registo R_q . Para cada $n \in \mathbb{N}_0$, seja $A_n = \{h(i) : 0 \leq i \leq n\}$ (isto é, $A_n = \{h(0), h(1), \dots, h(n)\}$).

Escreva um programa URM para calcular a função $dif : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $dif(n) = max(A_n) - min(A_n)$ onde $max(A_n)$ e $min(A_n)$ são, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo do conjunto A_n .

Para além do oráculo H pode também utilizar os oráculos $SUB[p, q, s]$ e $MAX[p, q, s]$. Sendo x o conteúdo do registo R_p e y o conteúdo do registo R_q tem-se que: (i) $SUB[p, q, s]$ coloca o valor $x - y$ no registo R_s se $x \geq y$ e coloca 0 caso contrário; (ii) $MAX[p, q, s]$ coloca em R_s o valor máximo do conjunto $\{x, y\}$.

- c) Calcule o programa URM cujo número de Gödel é 17024.

Grupo 2**2.1**

(0.5)

Seja $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ um autómato finito não determinista com movimentos ϵ . Explique, de acordo com o algoritmo estudado, como pode construir a partir de A um autómato finito não determinista sem movimentos ϵ , A' , tal que $L_A = L_{A'}$.

2.2

(0.7)

Qual é a função $h : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ que é definida por recursão a partir da função $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $f(x) = x$ e da função $g : \mathbb{N}_0^3 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tal que $g(x, y, z) = 2z$? Justifique rigorosamente a sua resposta.

2.3

(0.8)

Existe alguma função $h : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ que seja total e URM-computável? Justifique detalhadamente a sua resposta.