PROPOSIÇÃO: *Dado um autómato finito determinista* $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ *existe uma gramática regular* G *tal que* $L_G = L_D$.

Prova (esboço):
(A) Considere-se a gramática regular

$$G = (V, I, P, S)$$

tal que

- $V = Q$
- P é tal que[1]
  - $q_1 \to aq_2 \in P$ sse $\delta(q_1, a) = q_2$
  - $q \to \epsilon \in P$ sse $q \in F$
- $S = q_0$.

(B) Haveria agora que provar que $L_D = L_G$.

PROPOSIÇÃO: *Dado um autómato finito não determinista* $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ *existe uma gramática regular* G *tal que* $L_G = L_A$.

Prova:
(A) Considere-se a gramática regular

$$G = (V, I, P, S)$$

tal que

- $V = Q$
- P é tal que
  - $q_1 \to aq_2 \in P$ sse $q_2 \in \delta(q_1, a)$
  - $q \to \epsilon \in P$ sse $q \in F$
- $S = q_0$.

(B) Haveria agora que provar que $L_A = L_G$.

[1] Certos autores incluem também a condição $q \to a \in P$ sse $\delta(q, a) \in F$ mas esta condição não é estritamente necessária.

Exemplo: Para cada um dos autómatos definidos de seguida pretende-se construir, de acordo com uma das proposições anteriores, uma gramática regular G tal que $L_G = L_D$:

a) $D = (Q, I, \delta, q_0, F)$ com $Q = \{s, t, u, v\}$, $I = \{0, 1\}$, $q_0 = s$, $F = \{v\}$ e

- $\delta(s, 0) = v$, $\delta(s, 1) = t$
- $\delta(t, 0) = u$, $\delta(t, 1) = v$
- $\delta(u, 1) = t$

D é uma autómato finito determinista pelo que, de acordo com uma das proposições anteriores, uma gramática regular G tal que $L_G = L_D$ é $G = (V, I, P, S)$ em que $V = Q$, $S = s$ e $P ::$ $\begin{array}{l} s \to 0v \mid 1t \\ t \to 0u \mid 1v \\ u \to 1t \\ v \to \epsilon \end{array}$

b) $A = (Q, I, \delta, q_0, F)$ com $Q = \{a, b, c, d\}$, $I = \{0, 1\}$, $q_0 = a$, $F = \{d\}$ e

- $\delta(a, 0) = \{a, b\}$, $\delta(a, 1) = \{b\}$
- $\delta(b, 0) = \{c\}$, $\delta(b, 1) = \{b\}$
- $\delta(c, 0) = \{a\}$, $\delta(c, 1) = \{c, d\}$
- $\delta(d, 0) = \{c\}$, $\delta(d, 1) = \{b\}$

A é uma autómato finito não determinista, pelo que, de acordo com uma das proposições anteriores, uma gramática regular G tal que $L_G = L_A$ é

$G = (V, I, P, S)$ em que $V = Q$, $S = a$ e $P ::$ $\begin{array}{l} a \to 0a \mid 0b \mid 1b \\ b \to 0c \mid 1b \\ c \to 0a \mid 1c \mid 1d \\ d \to 0c \mid 1b \mid \epsilon \end{array}$