

Álgebra Linear

Cursos: Química, Engenharia Química, Engenharia de Materiais, Engenharia
Biológica, Engenharia do Ambiente
1º ano/1ºSemestre — 2006/07

5ª Lista: n-planos

Definição : Um n -plano (ou variedade linear de dimensão n) de \mathbb{R}^m é um conjunto do tipo

$$S = p + E \text{ (onde } p + E := \{p + v : v \in E\})$$

em que $p \in \mathbb{R}^m$ e E é um subespaço vectorial de \mathbb{R}^m de dimensão n .

- Seja V o n -plano de \mathbb{R}^4 definido pelas equações $x - w = 0$ e $y + 2z = 2$.
 - Mostre que V é um plano.
 - Determine as equações cartesianas do plano W paralelo a V que passa pelo ponto $P = (\sqrt{2}, 1, 4, 8)$.
 - Determine uma recta paralela a V e que passe por P .
 - Determine uma equação vectorial de W .
- Considere os n -planos V e W de \mathbb{R}^5 tais que
$$V = (1, 2, 0, 0, 3) + \langle (1, 0, 0, 6, 3), (1, 1, 1, 1, 1), (0, -1, -1, 5, 2) \rangle$$
 e
$$W = \{(x, y, z, w, t) \in \mathbb{R}^5 : y = z + 2 \text{ e } x - w = 3\}.$$
 - Indique um ponto de W .
 - Determine as dimensões de V e W .
 - Diga se V e W são paralelos.
 - Determine um sistema de equações cartesianas que defina V .
- Seja r a recta de \mathbb{R}^4 que passa pelo ponto $(1, 2, 3, 4)$ e tem a direcção do vector $(1, 1, 1, 1)$.
 - Determine as equações cartesianas de r .
 - Determine um hiperplano H que passe pelo ponto $P = (1, 0, -2, 7)$ e tal que r seja paralela a H .
- Diga quais das seguintes afirmações respeitantes às equações cartesianas de um n -plano são verdadeiras:
 - Em \mathbb{R}^5 três equações podem definir uma recta.
 - Para definir um plano em \mathbb{R}^5 são necessárias pelo menos três equações.
 - Para definir um plano em \mathbb{R}^8 bastam três equações.
 - Um plano em \mathbb{R}^5 pode ser definido por 5 equações.