

# Teoria da Probabilidade/*Probability Theory* MMA, 1<sup>o/st</sup> Sem. 2010/11

## Informações gerais/*General info*

- **Prof. responsável e docente/*Responsibility and teacher***

Manuel Cabral Morais.

- **Contactos/*Contacts***

Tel. 218417047 ou/*or* Ext. 1047; Tlm./*Mobile* 927941249.

maj@math.ist.utl.pt

Piso/*Floor* 5 – Sala/*Room* 5.49 – Pav. de Matemática/*Mathematics Building*.

- **Objectivos gerais/*General objectives***

Expôr os alunos à teoria da probabilidade a um nível intermédio nomeadamente a: espaços de probabilidade, variáveis aleatórias e distribuições; transformadas de variáveis e vectores aleatórios; independência; integração e esperança matemática; convergência de sucessões de variáveis aleatórias e teoremas limite clássicos; esperança condicional e martingalas.

*To introduce students to probability theory at an intermediate-level, covering: probability spaces, random variables and distributions, transforms of random variables and vectors; independence; integration and expectation; convergence of sequences of random variables and classical limit theorems; conditional expectation and martingales.*

- **Website**

<https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/tp/2010-2011/1-semester>

Algumas secções necessitam de actualização (e.g. material didáctico).

*Some of its sections need to be updated (e.g. lecture notes).*

- **Website do prof. responsável/*Teacher's website***

<http://www.math.ist.utl.pt/~mjmorais/index.html>

## Programa

1. Espaços de probabilidade:
  - (a) experiências aleatórias;
  - (b) acontecimentos e classes de acontecimentos;
  - (c) probabilidade condicional.
  
2. Variáveis aleatórias:
  - (a) operações/transformações de variáveis aleatórias;
  - (b) distribuições e funções de distribuição;
  - (c) transformadas de variáveis e vectores aleatórios.
  
3. Independência:
  - (a) critérios de independência;
  - (b) funções de variáveis independentes;
  - (c) acontecimentos independentes;
  - (d) aplicações a modelos estocásticos.
  
4. Esperança matemática:
  - (a) propriedades;
  - (b) integrais com respeito a funções de distribuição;
  - (c) cálculo da esperança matemática;
  - (d) momentos de variáveis e vectores aleatórios;
  - (e) desigualdades estocásticas.
  
5. Convergência de sucessões aleatórias:
  - (a) tipos de convergência e relações entre os mesmos;
  - (b) convergência via transformações;
  - (c) aplicações.
  
6. Teoremas limite clássicos:
  - (a) sucessões de variáveis independentes;
  - (b) lei forte dos grandes números;
  - (c) teorema do limite central;
  - (d) lei do logaritmo iterado;
  - (e) aplicações.

7. Esperança condicional:
  - (a) esperança condicional a um número finito de variáveis aleatórias;
  - (b) esperança como erro quadrado médio mínimo;
  - (c) distribuições condicionais;
  - (d) aspectos computacionais.
  
8. Martingalas:
  - (a) fundamentos;
  - (b) tempos de paragem;
  - (c) teoremas de amostragem opcional e de convergência de martingalas;
  - (d) aplicações.

## ***Program***

1. *Probability spaces:*
  - (a) *random experiments;*
  - (b) *sets and classes of sets;*
  - (c) *conditional probability.*
  
2. *Random variables:*
  - (a) *operations/transformations of random variables;*
  - (b) *distributions and distribution functions;*
  - (c) *transforms of random variables and vectors.*
  
3. *Independence:*
  - (a) *criteria for independence;*
  - (b) *functions of independent random variables;*
  - (c) *independent events;*
  - (d) *applications to occupancy problems and stochastic processes.*
  
4. *Expectation:*
  - (a) *fundamental properties;*
  - (b) *integrals with respect to distribution functions;*
  - (c) *computation of expectations;*
  - (d) *moments of random variables and vectors;*
  - (e) *stochastic inequalities.*

5. *Convergence of random sequences:*
  - (a) *modes of convergence and relations among them;*
  - (b) *convergence under transformations;*
  - (c) *applications.*
  
6. *Classical limit theorems:*
  - (a) *series of independent random variables; the strong law of large numbers;*
  - (b) *the central limit theorem;*
  - (c) *the law of the iterated logarithm;*
  - (d) *applications.*
  
7. *Conditional expectation:*
  - (a) *expectation given a finite set of random variables;*
  - (b) *expectation as minimum mean squared error;*
  - (c) *conditional distributions;*
  - (d) *computational aspects.*
  
8. *Martingales:*
  - (a) *fundamentals;*
  - (b) *stopping times;*
  - (c) *optional sampling theorems;*
  - (d) *martingale convergence theorems;*
  - (e) *Wald's identity;*
  - (f) *applications.*

## Bibliografia/*Bibliography*

### • Principal/*Recommended*

- Karr, A.F. (1993). *Probability*. Springer-Verlag.

De acordo com o autor, o livro “não é enciclopédico” e é de “certo modo incompleto, quer global quer localmente” (Karr, 1993, p. v). O autor também recomenda que “deve deixar-se claro às/aos estudantes qual o papel da probabilidade no contexto da teoria da medida” e acrescenta que “entender um espaço de probabilidade como um caso especial de um ‘espaço com medida unitária’ não é nem honesto nem útil”.

*According to the author, the book “is not encyclopaedic” and “quite deliberately incomplete, globally and locally” (Karr, 1993, p. v). The author also recommends that “students should be made aware of the role of probability within the broader context of measure theory” and also adds that “to dismiss probability as the special case of a ‘space with total measure one’ is neither honest nor helpful”.*

### • Secundária/*Optional*

- Port, S.C. (1994). *Theoretical Probability for Applications*. Wiley. (QA273.4-.67.POR.46958)
- Resnick, S.I. (1999). *A probability path*. Birkhäuser. (QA273.4-.67.RES.49925)

## Material didático/*Notes and other material*

### • Material de revisão/*Revision notes*

- Notas de apoio de Complementos de Probabilidades e Estatística (caps. 1–3) da autoria de Manuel Cabral Morais, disponíveis em <https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/cpe/2009-2010/2-semester/material-didactico/notas-de-apoio>

*Lectures notes on Complements of Probability and Statistics in Portuguese (chaps. 1–3) by Manuel Cabral Morais and in Portuguese, available in <https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/cpe/2009-2010/2-semester/material-didactico/notas-de-apoio>*

### • Notas de apoio/*Lectures notes*

Entregues ao início das aulas e inspiradas em Karr (1993) e Resnick (1999). Disponíveis em <https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/tp/2010-2011/1-semester/material-didactico>

*Handed in the beginning of the classes, and inspired by Karr (1993) and Resnick (1999). Available at <https://fenix.ist.utl.pt/disciplinas/tp/2010-2011/1-semester/material-didactico>*

- **Provas de avaliação/ *Assessment tests and exams***

Enunciados de provas de 2009/2010.

*Tests and exams from 2009/2010.*

## **Aulas e horários/ *Classes and schedule***

- **Aulas/ *Classes***

Em inglês, caso haja alun@s que não falem Português, e com a seguinte estrutura: motivação, resultado, exemplo, exercício. Os exercícios são marcados e atribuídos a alun@s com antecedência e resolvidos pel@s alun@s no quadro já que “se aprende melhor Matemática de forma activa que passiva” (Karr, 1993, p. ix).

*In English, in case there are any students who do not speak Portuguese, and with the following structure: motivation, result, example, exercise. The exercises are chosen and assigned to students in advance, and are solved by the students on the blackboard for “Mathematics is better learned actively than passively” (Karr, 1993, p. ix).*

- **Horário (salas)/ *Schedule (classrooms)***

3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>/ *Tue., Thurs., Fri.*, 08:00–09:30 (Q4.6, V1.36, V1.10).

- **Horário de dúvidas/ *Recitation hours*** (proposta/*proposed*)

6<sup>a</sup>/*Fri.*, 11:00–12:30, Sala/*Room* P02.09, Pav. Matemática/*Mathematics Building*.

- **Horário de dúvidas extra/ *Extra recitation hours***

Mediante marcação prévia por sms, tel. ou e-mail, com pelo menos 24h de antecedência./ *By appointment (sms, tel. or e-mail), at least 24 hours in advance.*

Piso/*Floor* 5 – Sala/*Room* 5.49 – Pav. de Matemática/*Mathematics Building*.

Nota/*Note*: O docente poderá abandonar a sala caso o atraso d@s alun@s seja superior a 15 minutos./ *The teacher will eventually leave the room if the students is more than 15 minutes late.*

## Método de avaliação/ *Assessment method (abridged version)*

A avaliação de conhecimentos desta disciplina contempla: / *The assessment method comprises:*

- dois testes (90%); / *two tests (90%);*
- comparência em pelo menos 5 seminários de “Probabilidades e Estatística” e elaboração de um relatório (max. 2 páginas) sobre um dos seminários à escolha da/o aluna/o (10%) — entregue até às 24:00 de 12 de Dezembro de 2010.<sup>1</sup>  
*attendance of at least 5 “Probability and Statistics” seminars and a report (max. 2 pages) on one of the seminars (10%) — handed by December 12, 24:00.*

### Informação adicional

- A avaliação de conhecimentos na UC de Teoria da Probabilidade é feita por dois testes com igual peso na classificação final (20 valores cada um) e incidindo sobre partes distintas da matéria, sendo que:
  - a duração de cada teste é de 1 hora e 30 minutos;
  - o 1º Teste realizar-se-á durante o período lectivo, concretamente no dia **13 de Novembro** de 2010, Sábado, às **09:00**;
  - o 2º Teste realiza-se durante a **Época Normal**, no dia **19 de Janeiro** de 2011, 4ªfeira;
  - para obter aprovação na UC, um aluno necessita de obter notas não inferiores a 7.0 valores em cada um dos testes;
  - a **Época de Recurso** realiza-se no dia **1 de Fevereiro** de 2011, 3ªfeira;
  - os alunos podem efectuar recurso ou do 1º Teste ou do 2º Teste ou de ambos os testes na Época de Recurso;
  - sempre que um aluno efectuar recurso de um teste, a nota obtida nesse recurso releva para a classificação final na UC apenas caso seja superior à obtida pelo aluno durante o período lectivo (1º Teste) ou na Época Normal (2º Teste).
- **Material permitido nas provas de avaliação** — Folhas de prova e de rascunho, máquina de calcular e **notas de apoio**.
- **Identificação pessoal** — @s alun@s só podem apresentar-se a provas munid@s do cartão de aluno do IST.
- **Anulação de provas** — A utilização ou a mera posse de materiais não permitidos em qualquer prova de avaliação é razão suficiente para a anulação da prova sem prejuízo da posterior instauração de processo disciplinar nos casos em que a falta for considerada grave.

---

<sup>1</sup>No caso de trabalhador@s-estudantes, a componente de seminários é substituída pela elaboração de resumo (max. 2 páginas) de um artigo de tamanho médio (aprox. 10 pag.) na área de Probabilidades.