

Matemática Experimental

1º Teste – 11 de Novembro de 2003

Secção de Matemática Aplicada e Análise Numérica — Departamento de
Matemática, Instituto Superior Técnico

1º ano Lic. Matemática Aplicada e Computação

Duração: 1 hora e 30 minutos

Apresente os cálculos, e justifique sucintamente as suas respostas.

1) Dada uma lista de 100 números inteiros, pretende-se determinar o seu menor elemento.

a) Para esse efeito, escreva um algoritmo em pseudo-código. Deverá inserir comentários de modo a identificar bem o papel de cada variável ou constante que utilizar. [3.0]

b) Utilize o algoritmo anterior para escrever uma função *Mathematica*, de nome *menor* (com a estrutura de *Module*), que lhe permita obter o menor elemento de uma lista nas condições anteriormente referidas. [3.5]

Deverá proceder à validação dos dados (lista de 100 números inteiros).

c) Que resultado deverá produzir a sua função *menor* se executar a seguinte instrução? [2.0]

$$\text{menor}[\text{Table}[x^2 - 4x + 4, \{x, -49, 50\}]]$$

2 a) Utilize indução matemática para demonstrar que 6 divide $7^n - 1$, qualquer que seja o inteiro positivo n . [3.0]

2 b) Atendendo à alínea anterior diga, justificando, que resultado espera obter se executar o seguinte código *Mathematica*: [2.0]

$$\begin{aligned} \text{data} &= 7^{\text{Range}[5]} - 1; \\ \text{Apply}[\text{Times}, \text{Map}[\text{Mod}[\#, 6] \&, \text{data}]] \end{aligned}$$

3 a) Dado um inteiro positivo $n \geq 2$, prove que se n não é primo então possui pelo menos um divisor menor ou igual a \sqrt{n} . [1.5]

3 b) Sabe-se que dado um número inteiro $n \geq 2$, caso n não seja divisível por nenhum inteiro q tal que $2 \leq q < n$, então n é primo. [2.5]

À luz desse critério escreva uma rotina *Mathematica* para decidir se um dado número inteiro $n \geq 2$ é primo. Deverá usar o comando *Mod*. O resultado será o valor 0 caso n não seja primo, ou o valor 1 no caso contrário.

4. Calcule $\text{mdc}(1950, 366)$ aplicando o algoritmo de Euclides. Justifique. [2.5]