

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2025/26

Cursos: LEAmb, LEBiom, LEBiol, LEIC-A, LEMat, LEQ

TESTE 1 (VERSÃO A)

15 DE OUTUBRO DE 2025, 20H

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes.

Duração: 45m.

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos electrónicos, incluindo máquinas de calcular.
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- O teste deve ser resolvido a **caneta** (azul ou preta).

PERGUNTA	COTAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
Total	20 val.	

Nome: _____

Nº: _____

Curso: _____ Sala: _____

1. Considere o problema de valor inicial

$$y' + \frac{2}{t}y = 2\frac{e^t}{t}, \quad y(1) = 1.$$

(a) (4 val.) Determine explicitamente a solução do PVI.

(b) (1 val.) O intervalo máximo de existência da solução do PVI é:

A. $]0, +\infty[$

B. $] -\infty, 0[$

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

D. $[0, +\infty[$

E. $\mathbb{R}$

(b) _____

2. Considere o problema de valor inicial

$$\frac{2x}{y} + \frac{y^2 - x^2}{y^2} y' = 0 \quad , \quad y(0) = -1.$$

(a) (1 val.) Indique todos os conjuntos onde a equação é exacta.

- A. $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ B. $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y < 0\}$ C. $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$ D. $\mathbb{R}^2$

(a) _____

(b) (3 val.) Determine a solução do PVI.

(c) (1 val.) Explícite a solução e indique o intervalo máximo de existência da solução do PVI.

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(a) (4 val.) Determine e^{At} .

(b) (1 val.) Calcule a solução de $Y' = AY + e^t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $Y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

2024/25, 15/10/2025

1º TESTE — A

LEAMB, LEBIOM, LEBIOL, LEMAT, LEQ

4. Considere a equação diferencial

$$y'' - 4y' - 5y = b(t)$$

em que $b(t)$ é uma função contínua em $\mathbb{R}$.

- (a) (1 val.) Determine a solução geral da equação homogénea associada.
- (b) (3 val.) Sendo $b(t) = 6e^{-t}$ calcule a solução da equação que satisfaz $y(0) = 0$ e $y'(0) = 5$.
- (c) (1 val.) Indique a função $b(t)$ para a qual $\varphi(t) = te^{5t} + e^{5t} + e^{-t}$ é uma solução particular da equação diferencial.

2025/26, 15/10/2025

1º TESTE — A

LEAMB, LEBIOM, LEBIOL, LEIC-A, LEMAT, LEQ