DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2026/27

Cursos: LEIC-A, LEMec, LENO

Teste 1 (Versão B)

20 de Outubro de 2026, 19h30m

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes.
Duração: 1h.

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos electrónicos, incluindo máquinas de calcular.
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- O teste deve ser resolvido a **caneta** (azul ou preta).

Pergunta	Cotação	Classificação
1	2	
2	1	
3	2	
4	4	
5	1	
Total	10 val.	

Nome: _____ **Nº:** _____

Curso: _____ **Sala:** _____

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — B

LEIC-A, LEMec, LENO

1. Resolve os dois problemas de valor inicial indicando os respectivos intervalos máximos de existência de solução:

   (a) (1 val.) $x' = 3t^2 e^x, \quad x(0) = 0;$

   (b) (1 val.) $y' + \dfrac{3}{x} y = x^4, \quad y(-1) = 1, \quad x < 0$

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — B

LEIC-A, LEMec, LENO

2. (1 val.) Calcule $\iint_S x \, dS$, onde

$$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + z = 1,\ x > 0,\ y > 0,\ z > 0\right\}$$

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — B

LEIC-A, LEMec, LENO

3. (2 val.) Sejam $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \left\|(x, y, z)\right\| = 1 \text{ e } z \leq 0\right\}$ e

$$\mathbf{F}(x, y, z) \;=\; \left(xy^2,\, z^2y - x^4,\, zx^2\right).$$

Calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através S segundo o vetor normal $\mathbf{n}(x, y, z) = (x, y, z)$.

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — B

LEIC-A, LEMec, LENO

4. Considere a superfície $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 4 \text{ e } z = 1 + x\right\}$.
   (a) (1 val.) Indique um vetor normal unitário a S, ν.
   (b) (1 val.) Escreva uma parametrização de $\partial S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4 \text{ e } z = 1 + x\right\}$ com o sentido compatível com ν.
   (c) (1 val.) Sendo $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(y, yz^2, -z^2\right)$, calcule $\operatorname{rot} \mathbf{F}$.
   (d) (1 val.) Calcule $\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — B

LEIC-A, LEMec, LENO

5. (1 val.) Seja S a superfície definida por $x = g(y, z)$, com $(y, z) \in K$ e g de classe C^1 definida num aberto limitado contendo K. Considerando que $\mathbf{n}$ é a normal unitária a S com prineira componente positiva e $F = (P, Q, R)$ é um campo vetorial contínuo em S, mostre que:

$$\iint_S F \cdot \mathbf{n}\, dS = \iint_K \Big[P - Q\frac{\partial g}{\partial y} - R\frac{\partial g}{\partial z}\Big] dy dz.$$

Deve completar o segundo membro da fórmula, escrevendo os argumentos das funções P, Q e R.