DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2026/27

Cursos: LEIC-A, LEMec, LENO

Teste 1 (Versão A)

20 de Outubro de 2026, 19h30m

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes.
Duração: 1h.

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos electrónicos, incluindo máquinas de calcular.
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- O teste deve ser resolvido a **caneta** (azul ou preta).

Pergunta	Cotação	Classificação
1	2	
2	1	
3	2	
4	4	
5	1	
Total	10 val.	

Nome: _____ **Nº:** _____

Curso: _____ **Sala:** _____

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — A

LEIC-A, LEMec, LENO

1. Resolve os dois problemas de valor inicial indicando os respectivos intervalos máximos de existência de solução:

   (a) (1 val.) $y' = te^{-y}, \quad y(0) = 0;$

   (b) (1 val.) $x' + \dfrac{2x}{t} = t, \quad x(1) = 2, \quad t > 0$

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — A

LEIC-A, LEMec, LENO

2. (1 val.) Calcule $\iint_S x \, dS$, onde

$$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1,\ x > 0,\ y > 0,\ z > 0\right\}$$

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — A

LEIC-A, LEMec, LENO

3. (2 val.) Sejam $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \left\|(x, y, z)\right\| = 2 \text{ e } z \geq 0\right\}$ e

$$\mathbf{F}(x, y, z) \;=\; \left(xz^2,\, x^2y - z^3,\, zy^2\right).$$

Calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através S segundo o vetor normal $\mathbf{n}(x, y, z) = (x, y, z)$.

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — A

LEIC-A, LEMec, LENO

4. Considere a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 1 \text{ e } z = 2 + y\}$.
   (a) (1 val.) Indique um vetor normal unitário S, ν.
   (b) (1 val.) Escreva uma parametrização de $\partial S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1 \text{ e } z = 2 + y\}$ com o sentido compatível com ν.
   (c) (1 val.) Sendo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 z, x, z^2)$, calcule $\operatorname{rot} \mathbf{F}$.
   (d) (1 val.) Calcule $\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

2026/27, 20/10/2026

1º Teste — A

LEIC-A, LEMEC, LENO

5. (1 val.) Seja S a superfície definida por $y = f(x, z)$, com $(x, z) \in K$ e f de classe C^1 definida num aberto limitado contendo K. Considerando que $\mathbf{n}$ é a normal unitária a S com segunda componente positiva e $F = (P, Q, R)$ é um campo vetorial contínuo em S, mostre que:

$$\iint_S F \cdot \mathbf{n}\, dS = \iint_K \Big[- P\frac{\partial f}{\partial x} + Q - R\frac{\partial f}{\partial z}\Big] dx dz.$$

Deve completar o segundo membro da fórmula, escrevendo os argumentos das funções P, Q e R.