DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Registo:____________

Rubrica: ____________

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2022/23

Cursos: LEIC-A

Teste 1 (Versão A)

19 de Outubro de 2023, 19h

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes
(excepto nas perguntas de escolha múltipla).
Duração: 45m.

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos eletrónicos, incluindo máquinas de calcular
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- O teste deve ser resolvido a **caneta** (azul ou preta).

Pergunta	pág. EXAME	cotação	classificação
1		5	
2		5	
3		6	
4		4	
Total		20 val.	

Nome: ____

Nº: ____________ Curso: ____________ Sala: ____________

1. Sendo α um número real arbitrário, considere o problema de valor inicial

$$y' - 2xy = x \quad , \quad y(0) = \alpha$$

   (a) (3 val.) Determine a solução geral da equação.

   (b) (1 val.) Calcule a soluçao do (PVI).

   (c) (1 val.) Qual o valor de α para o qual a solução do (PVI) é limitada em em $\mathbb{R}^+$?

2. Considere a equação diferencial

$$4xy - 2e^{2x} + (2x^2 - 6y)\frac{dy}{dx} = 0$$

(a) (1 val.) Verifique que se trata de uma equação exacta.

(b) (4 val.) Calcule a solução geral da equação (pode apresentar o resultado na forma implícita).

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) (4 val.) Determine e^{At}

(b) (2 val.) Sendo $\mathbf{Y}(t)$ a solução do (PVI)

$$\mathbf{Y}' = A\mathbf{Y} \qquad , \qquad \mathbf{Y}(0) = (1, 1)$$

calcule

$$\lim_{t \to +\infty} \mathbf{Y}(t)$$

4. Para cada alínea escolha a opção correcta

   (a) (1 val.) Uma solução particular da equação

   $$y''' + 4y' = 0$$

   é

   A. $\mathrm{sen}(x)$ B. $2\cos(2x) + x$ C. $1 + 2\cos(2x)$ D. $2x + \cos x$

   (a) ____________

   (b) (1 val.) A equação diferencial de menor ordem possível da qual a função xe^{-x} é solução, é

   A. $y'' + 4y = 0$ B. $y' + 2y = 0$ C. $y'' - 2y' + y = 0'$ D. $y'' + 2y' + y = 0$

   (b) ____________

   (c) (2 val.) O intervalo máximo de existência da solução do (PVI)

   $$y' = -\frac{4x}{y} \qquad , \qquad y(0) = -4$$

   é

   A. $[-2, 2]$ B. $]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$ C. $]0, 2[$ D. $]-2, 2[$

   (c) ____________