TÉCNICO LISBOA

Análise Complexa e Equações Diferenciais
2º Semestre 2015/2016

2º Teste, versão B

(CURSOS: LEIC-A, MEAMBI, MEBIOL, MEQ)

28 de Maio de 2016, 11h 30m

Duração: 1h 30m

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta, incluindo máquinas de calcular, telemóveis, tablets, etc.
- Justifique as suas respostas e apresente todos os cálculos.
- Numere todas as páginas do seu caderno de respostas e indique na tabela abaixo as páginas onde as questões estão respondidas.

Pergunta	Páginas	Cotação	Classificação
1)		2,5	
2)		2,0	
3)		2,0	
4)		1,5	
5)		1,0	
6)		1,0	
Total		10	

Nome: ______________________________

Nro : ____________________ **Sala:** __________

Curso: ____________________ **Rubrica (DOCENTE):**

(1.5 val) 1. (a) Resolva o problema de valor inicial

$$4x^3 + 2y^2 + 4xy\frac{dy}{dx} = 0 \qquad , \qquad y(-1) = \sqrt[4]{2}$$

indicando o intervalo máximo de existência de solução.

(1.0 val) (b) Considere a equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} - (\operatorname{sen} t)y^2 = 0\,.$$

Determine a sua solução geral. Indique os valores de y_0 para os quais a solução da equação que verifica $y(\frac{\pi}{2}) = y_0$ tem $\mathbb{R}$ como intervalo máximo de existência.

2. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(1.0 val) (a) Calcule e^{tA}

(1.0 val) (b) Resolva o seguinte problema de valor inicial:

$$\begin{cases} x' = 2x + y + 3 \\ y' = -x + 2y + 1 \end{cases} \qquad , \qquad \big(x(0), y(0)\big) = (1, 2)$$

Sugestão: Determine uma solução particular da equação.

3. Considere a equação diferencial

$$y'' + y' - 2y = 6e^{-2t}\;.$$

(0.5 val) (a) Calcule a solução geral da equação homogénea associada.

(1.0 val) (b) Determine a solução da equação que verifica $y(0) = 0$ e $y'(0) = -2$.

(0.5 val) (c) Escreva uma matriz wronskiana associada à equação.

(1,5 val.) 4. Resolva o problema de valores na fronteira e iniciais

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,t) = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) & \text{para} \quad x \in]0,\pi[\;,\; t > 0\,, \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0 & \text{para} \quad t > 0\,, \\ u(x,0) = 1 + 10\cos 3x & \text{para} \quad x \in]0,\pi[\;. \end{cases}$$

(1,0 val.) 5. Determine a série de Fourier de senos associada à função $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2 - x$. Indique a soma daquela série para cada $x \in [0,2]$.

(1,0 val.) 6. Considere o problema de valor inicial

$$y' = 3y^{2/3}\;, \quad y(0) = 0\,.$$

Mostre que, para cada $\alpha \in [0,1]$ existe uma solução deste problema que satisfaz $y(1) = \alpha$. Justifique porque é que este facto não contradiz o teorema de Picard-Lindelof.