

O Mundo Complexo da Atracção e Repulsão: Uma Introdução à Teoria dos Sistemas Dinâmicos Hiperbólicos

Dado um conjunto X e uma aplicação $\phi : X \rightarrow X$, qual o “destino” dos pontos de X sob a acção de ϕ ? Por outras palavras, como caracterizar o conjunto das órbitas

$$x, \phi(x), \phi(\phi(x)), \dots \quad x \in X?$$

A observação de sistemas deste tipo mostra que sistemas aparentemente “parecidos” podem ter conjuntos de órbitas com propriedades muito diferentes e que aplicações aparentemente simples, do ponto de vista da sua definição analítica, podem dar lugar a uma grande variedade e complexidade de órbitas.

A Teoria dos Sistemas Dinâmicos Discretos, na sua vertente mais simples, estuda, entre outros, este tipo de problemas: como identificar, contar, medir diferentes classes importantes de órbitas? quais as propriedades qualitativas que distinguem diferentes sistemas?

Essa pesquisa tem vindo a pôr em evidência novos conceitos, como o de *Caos determinístico*, e a identificar sempre novos problemas em aberto.

Neste pequeno curso procura-se dar uma introdução à Teoria dos Sistemas Dinâmicos Discretos, apresentando alguns dos seus exemplos principais e uma descrição de algumas das possíveis consequências da presença de uma propriedade fundamental - a hiperbolicidade.

O conteúdo e organização do curso é descrito de forma abreviada e aproximada nos tópicos seguintes:

- 1 Conceitos elementares: órbitas e conjuntos invariantes; periodicidade e outras formas de recorrência; transitividade. Sistemas Lineares e hiperbolicidade. Outros exemplos. Atractores.
- 2 Automorfismos Hiperbólicos do toro. A Ferradura de Smale e Sistemas Dinâmicos Simbólicos.
- 3 Variedades Invariantes; pontos homoclínicos e heteroclínicos; transversalidade.
- 4 A Ferradura gerada por um ponto homoclínico transverso.

Bibliografia

Devaney, R., *Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley Publ. Co., N. York and Reading, Ma. (1989).

Robinson, C., *Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos*, CRC Press, Boca Raton, Florida (1995).

Smale, S. *Differentiable Dynamical Systems*, Bull. Amer. Math. Soc. **73**, 747-817, (1967).