

## Exercícios preliminares/complementares aos da ficha 6

1. Calcule os seguintes integrais iterados

(a)  $\int_0^2 \left[ \int_0^1 (xy)^2 \cos(x^3) dx \right] dy$

(b)  $\int_0^1 \left[ \int_{-1}^0 \left[ \int_0^2 (3x + 2y + z)^2 dz \right] dy \right] dx$

(c)  $\int_0^1 \left[ \int_0^1 \left[ \int_0^1 e^{x+y+z} dz \right] dy \right] dx$

2. Calcule

(a)  $\iint_R [(xy)^2 \cos(x^3)] dx dy$  onde  $R = [0, 2] \times [0, 1]$

(b)  $\iiint_R [ze^{x+y}] dx dy dz$  onde  $R = [0, 1]^3$

(c)  $\iiint_R [\cos(\pi(x+y+z))] dx dy dz$  onde  $R = [0, 1] \times [1, 2] \times [2, 3]$

(d)  $\iiint_R [e^{x+y+z}] dx dy dz$  onde  $R = [0, 1]^3$

3. Escreva cada uma das seguintes regiões como região elementar ( $x$ -simples e/ou  $y$ -simples, segundo seja possível) <sup>(1)</sup>

(a)  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1, 3y \leq x \leq 3\}$

(b)  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 3, -x^2 + 1 \leq y \leq x^2 + 1\}$

(c)  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

4. Sejam

$$R = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1, 0 \leq z \leq x + y\}$$

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 + z^2 \leq 1\}$$

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 - y^2, x > 0\}$$

(a) Esboce os cortes perpendiculares de cada um destes conjuntos com o plano  $x = k$ .

(b) Idem com  $y = k$ .

(c) Idem com  $z = k$ .

5. Escreva os conjuntos do exercício anterior como uma região elementar em  $\mathbb{R}^3$ .<sup>(2)</sup>

---

<sup>1</sup>Aplicação dos exercícios 3, 4 e 5: obtenção dos limites de integração quando seja conveniente mudar a ordem de integração num dado integral...

<sup>2</sup>Existem várias formas de o fazer. Quantas? Sugestão: para praticar tente todas...