

## Cálculo Diferencial e Integral II

### Ficha de trabalho 4

(Derivada da Função Composta)

1. Calcule a derivada  $D(f \circ g)(1, 1)$  em que

$$f(u, v) = (\tan(u - 1) - e^v, u^2 - v^2); \quad g(x, y) = (e^{x-y}, x - y).$$

2. Considere as funções  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$  e  $\sigma(t) = F(\gamma(t))$ . Calcule a derivada  $\sigma'(t)$ .

3. Calcule a derivada parcial  $\frac{\partial h}{\partial x}$  em que

$$h(x, y) = f(e^{-x-y}, e^{xy}); \quad f(u, v) = u + v^2$$

4. Considere a função  $f(x, y, z) = e^x yz$  e seja  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  uma função de classe  $C^1$  tal que  $g(0, 0) = (0, 1, 2)$  e

$$Dg(0, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule a derivada  $D_v(f \circ g)(0, 0)$  em que  $\vec{v} = (1, 2)$ .

5. Considere a função  $\sigma(x) = f(x, x^2 + 1)$  em que  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  é de classe  $C^1$  e tal que

$$Df(0, 1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Calcule a derivada  $\sigma'(0)$ .

6. Sejam  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funções de classe  $C^1$  e tais que se verifica a equação  $F(x, g(x)) = 0$ . Supondo que  $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$  calcule a derivada  $g'(x)$ .

7. Determine a recta tangente e o plano normal à linha definida por

$$\{(\cos t, \sin t, t); -\pi < t < \pi\}$$

no ponto  $(1, 0, 0)$ .

8. Determine a recta normal e o plano tangente ao cone

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

no ponto  $(1, 0, 1)$ .