

Dos grupos aos semigrupos inversos

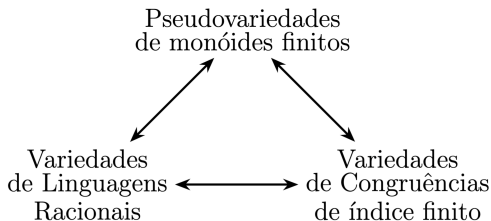
Formações e classes de Fitting

Vicente Carrolo Pinto

Tutora Gracinda M. S. Gomes
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

12 de dezembro de 2025

Pseudovariedades



[Eilenberg, 1976]

[Thérien, 1980]

Pseudovariedades de monóides finitos são fechadas para

- subsemigrupos
- imagens mórficas
- produtos diretos finitários

Formações

[Ballester e Ezquerro, 2006]

Formações de monóides são classes fechadas para

- quocientes
- produtos subdiretos

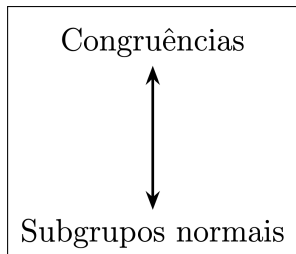
[Ballester et al, 2014]

[Ballester et al, 2015]

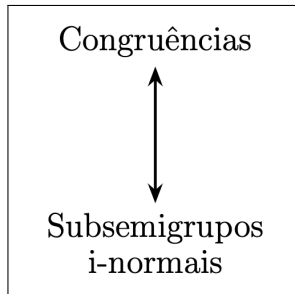
[Gomes e Nobre, 2022]

Congruências que separam idempotentes

Grupos



Semigrupos inversos



Classes i-Fitting

Definição

Uma classe de semigrupos inversos \mathcal{F} é uma i-formação se satisfaz

1. Se $N \trianglelefteq_i S$ e $S \in \mathcal{F}$, então $S/\rho_N \in \mathcal{F}$;
2. Se $N_1, N_2 \trianglelefteq_i S$, $N_1 \cap N_2 = E(S)$ e $S/\rho_{N_i} \in \mathcal{F}$, para $i = 1, 2$, então $S \in \mathcal{F}$.

Definição

Uma classe de semigrupos inversos \mathbb{F} é i-Fitting se satisfaz

1. Se $N \trianglelefteq_i S$ e $S \in \mathbb{F}$, então $N \in \mathbb{F}$;
2. Se $S = \langle N_1, N_2 \rangle_i$ com $N_1, N_2 \trianglelefteq_i S$ e $N_1, N_2 \in \mathbb{F}$, então $S \in \mathbb{F}$.

[Gomes e Monteiro, 2023]

Objetivos

Tarefa 1 Estudar teoria de classes de formações e de Fitting

Tarefa 2 Definir um produto de classes i -Fitting de semigrupos inversos

Tarefa 3 Encontrar conceito correspondente para congruências e linguagens



S. Eilenberg *Automata, Languages, and Machines*, Vol. B. Academic Press, 1976.



D. Thérien *Classification of Regular Languages by Congruences*. Tese PhD, University of Waterloo, 1980.



A. Ballester-Bolinches and L. M. Ezquerro *Classes of Finite Groups*, Springer, 2006.



A. Ballester-Bolinches , J.-É. Pin and X. Soler-Escrivà *Formations of finite monoids and formal languages: Eilenberg's variety theorem revisited.*, Forum Math, 2014.



A. Ballester-Bolinches, E. Cosme Llópez, R. Esteban-Romero, and J. Rutten *Formations of monoids, congruences, and formal languages*. Scientific Annals of Computer Science, 25:171–209, 2015.



G. M. S. Gomes and I. J. Nobre *Formations of inverse semigroups*, Semigroup Forum, 2022.



G. M. S. Gomes and A.-C. C. Monteiro. *Formations and i -Fitting classes of inverse semigroups, congruences and languages*, Semigroup Forum, 2024.