Análise Matemática III

1º semestre de 2006/2007

Exercício Teste 9 (a entregar na semana de 20/11/2006)

a) Mostre que o conjunto

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} = 1; \ |z| < 2 \right\},$$

é uma variedade e determine a sua dimensão.

b) Determine $T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}S$ e $(T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}S)^{\perp}$.

c) Encontre uma parametrização de S numa vizinhança do ponto $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)$ e determine $T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}S$ sem recorrer à alínea anterior. Verifique que os dois resultados estão de acordo entre si.

d) Considere a variedade-1

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} = 1; \ x + y = 0; \ \ |z| < 2 \right\},$$

Determine $T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}C$ e $(T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}C\ )^{\perp}$. Qual a relação destes resultados com os resultados obtidos na alínea b)?

e) Encontre uma parametrização de C numa vizinhança do ponto $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)$ e determine $T_{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 1)}C$ sem recorrer à alínea anterior. Verifique que os dois resultados estão de acordo entre si.