Análise Matemática III
1^{o} semestre de 2006/2007

Exercício teste 6 (a entregar na aula prática da semana de 23/10/2006)

a) Mostre que o campo vectorial

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{y}{1+x^2y^2}\,,\,\frac{x}{1+x^2y^2}+y\right)$$

é um campo fechado em $\mathbb{R}^2$.

b) Justifique porque é que $\mathbf{F}$ é um campo gradiente em $\mathbb{R}^2$, sem calcular explicitamente um potencial escalar. Obtenha depois um potencial escalar $\phi(x,y)$ para o campo $\mathbf{F}$.

c) Seja C o caminho que percorre no sentido anti-horário o arco da circunferência de raio 2 centrada na origem de $\mathbb{R}^2$ ligando os pontos $(2,0)$ e $(0,2)$. Calcule

$$\int_C (\mathbf{F}+\mathbf{G})\,.\,d\mathbf{r}$$

onde $\mathbf{G}$ é o campo vectorial $\mathbf{G}(x,y) = (xy, y^2)$.