

## Exercícios Propostos

### Integrais em Variedades

1 Calcule a área de cada uma das superfícies seguintes:

a)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < z = x^2 - y^2; x^2 + y^2 < 1; x > 0\}$ .

b)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = (x - 2)^2 + (y - 1)^2; 0 \leq z < 4\}$ .

2 Determine as coordenadas do centróide da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1; y > 0; z > 0\}.$$

3 Calcule o fluxo do campo vectorial  $f(x, y, z) = (x, y, \arctan(x^2 + y^2))$  através do cilindro

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 2; -1 < z < 1\},$$

segundo a normal unitária  $\nu$  tal que  $\nu(\sqrt{2}, 0, 0) = (1, 0, 0)$ .

4 Calcule o fluxo do campo vectorial  $f(x, y, z) = (xz, yz, 1)$  através da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25; z > 3\},$$

segundo a normal unitária  $\nu$  tal que  $\nu(0, 0, 5) = (0, 0, 1)$ .

5 Calcule o fluxo do campo vectorial

$$f(x, y, z) = \left( \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right)$$

através da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\},$$

segundo a normal unitária  $\nu$  tal que  $\nu(1, 0, 0) = (1, 0, 0)$ .