

Exercícios Propostos

Teorema de Fubini

1 Calcule os integrais seguintes:

a) $\int_Q \operatorname{sen}(x+y) \, dx dy$, sendo $Q = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$.

b) $\int_S e^{x+y} \, dx dy$, onde $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$.

2 Inverta a ordem de integração nos integrais seguintes:

a) $\int_1^e \int_0^{\log x} \, dy dx$.

b) $\int_{-1}^1 \int_{x^2-2}^{\sqrt{1-x^2}} \, dy dx$.

3 Escreva uma expressão para o volume de cada um dos conjuntos seguintes em termos de integrais iterados da forma $\int \int \int \, dx dy dz$ e da forma $\int \int \int \, dz dy dx$:

a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; 0 < y < 1-x; 0 < z < x+y\}$.

b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; \frac{x^2}{2} < y < x^2; 0 < z < x^2\}$.

c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; 0 < y < 1; 0 < z < x^2 + y^2\}$.

d) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} < z < 2 - x^2 - y^2\}$.

e) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y^2 + z^2; x^2 + y^2 + z^2 < 2\}$.

4 Determine as coordenadas do centróide de cada um dos conjuntos seguintes:

a) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1; x^2 - 2 < y < \sqrt{1-x^2}\}$.

b) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; 0 < y < 1-x; 0 < z < x+y\}$.

c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; \frac{x^2}{2} < y < x^2; 0 < z < x^2\}$.

5 Calcule o momento de inércia, relativo ao eixo Oz , do sólido homogéneo, com densidade igual a um, representado pelo conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1; \frac{x^2}{2} < y < x^2; 0 < z < x^2\}.$$