

# Matemática Computacional

## Exercícios - Ficha 1

1º Semestre — 2015/16

1. Represente  $x$  em ponto flutuante com 4 dígitos e arredondamento simétrico, nos seguintes casos

(a)  $x = 1/6$       (b)  $x = 1/3$       (c)  $x = -83784$   
(d)  $x = -83785$     (e)  $x = 83798$     (f)  $x = 0.0013296$

2. Considere os valores

$$A = 0.492, \quad B = 0.603, \quad C = -0.494, \quad D = -0.602, \quad E = 10^{-5}.$$

Com a finalidade de calcular

$$F = \frac{A + B + C + D}{E},$$

dois alunos, usando uma máquina com três dígitos na mantissa e com arredondamento simétrico, efectuaram as contas de forma distinta, mas aritmeticamente equivalente. O aluno X calculou  $A + B$ , depois  $C + D$ , somou os valores, e dividiu por  $E$ , obtendo  $F = 0$ . Por seu turno, a aluna Y calculou  $A + C$ , depois  $B + D$ , somou os valores, e dividiu por  $E$ , tendo obtido  $F = -100$ .

Verifique os cálculos efectuados pelos alunos e comente a disparidade de resultados obtidos, atendendo a que se usaram processos matematicamente equivalentes.

3. Considere os números  $x = \pi$  e  $y = 333/106$ .

(a) Obtenha aproximações  $\tilde{x}$  e  $\tilde{y}$  para  $x$  e  $y$ , respectivamente, num sistema de ponto flutuante FP(10,6,-10,10) com arredondamento simétrico.

(b) Determine os erros absolutos e relativos de  $\tilde{x}$  e  $\tilde{y}$ .

(c) Calcule, efectuando as operações num sistema FP(10,6,-10,10) com arredondamento simétrico, valores aproximados das quantidades

$$x * y, \quad \frac{x}{y}, \quad x + y, \quad x - y.$$

Determine ainda os erros absolutos e relativos das quantidades calculadas.

(d) Determine o número de algarismos significativos que se pode garantir a cada um das quantidades calculadas na alínea anterior.

4. Considere o cálculo da função  $f(x, y) = x^2 - y^2$  pelos seguintes algoritmos:

Dados  $x, y \in \mathbb{R}$ , calcular

- (i)  $z_1 = x^2, \quad z_2 = y^2, \quad z_3 = z_1 - z_2;$
- (ii)  $z_1 = x + y, \quad z_2 = x - y, \quad z_3 = z_1 z_2;$
- (iii)  $z_1 = x + y, \quad z_2 = x z_1, \quad z_3 = y z_1, \quad z_4 = z_2 - z_3.$

(a) Determine as expressões dos erros relativos dos três algoritmos.

(b) Supondo que  $x$  e  $y$  são representados exactamente no computador, determine para cada algoritmo condições para as quais este algoritmo é melhor do que os outros.

5. Ao calcular-se a expressão

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

numa máquina usando o sistema de ponto flutuante FP(10,6,-30,30) com arredondamento simétrico, verificou-se que para valores de  $x$  muito grandes o erro relativo era também muito grande.

- (a) Verifique que o erro relativo é 100% para  $x = 2000$ . Qual o valor do erro relativo para valores de  $x$  ainda maiores?
- (b) Qual a razão desse erro relativo grande: o problema é mal condicionado ou há instabilidade numérica? Justifique e apresente uma forma de calcular  $f(x)$  que não apresente erros relativos tão grandes.

6. Considere o cálculo de  $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$  para valores de  $x$  próximos de zero.

- (a) Mostre que o problema é bem condicionado.
- (b) Analise a estabilidade numérica do algoritmo

$$z_1 = x + 1, \quad z_2 = \sqrt{z_1}, \quad z_3 = z_2 - 1,$$

quando  $x \approx 0$ .