LMAC/MMA/MEIC
Análise Numérica

8^a **Aula Prática – 11 de Novembro de 2016**

1. Considere a matriz simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}.$$

Aproxime o valor próprio dominante de A e o vector próprio unitário associado pelo método das potências. Obtenha um majorante para o erro.

2. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -4 & 5 \end{bmatrix},$$

Obtenha a factorização QR da matriz B pelas matrizes de Householder.

3. Seja $A \in \mathbb{R}^{N\times N}$ uma matriz simétrica, $\lambda \in \mathbb{R}$ um valor próprio de A e $u \in \mathbb{R}^N$ o vector próprio unitário associado a λ. Seja ainda $P \in \mathbb{R}^{N\times N}$ uma matriz de Householder que verifique

$$Pu = \pm e_1 = \pm [1\, 0\, \ldots\, 0]^T.$$

a) Mostre que

$$PAP = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \widehat{A} \end{bmatrix},$$

onde $\widehat{A} \in \mathbb{R}^{(N-1)\times(N-1)}$ é uma matriz simétrica tal que $\sigma(\widehat{A}) = \sigma(A) \setminus \{\lambda\}$.

b) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 10 & 2 \\ 10 & 5 & -8 \\ 2 & -8 & 11 \end{bmatrix},$$

Sabendo que $\lambda = 9$ é um valor próprio de A e $u = [\frac{2}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{2}{3}]$ um vector próprio associado, determine a matriz de Householder P tal que $Pu = -e_1$. Calcule ainda a matriz PAP.

4. Seja $A \in \mathbb{R}^{N\times N}$ uma matriz não singular. Mostre que a factorização QR de A é única a menos de sinais dos elementos na diagonal principal de R.

5. [Mathematica] Considere a matriz simétrica e definida positiva

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

Aproxime os dois maiores valores próprios de A e os vectores próprios unitários associados pelo método das potências e pelo método da deflação.

6. [Mathematica] Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Aproxime os valores próprios de A pelo método iterativo QR. Considere $Q^{(0)} = I$ e efectue sete iterações. Obtenha as factorizações QR pelo comando **QRDecomposition**.