LMAC/MMA/MEIC
Análise Numérica

5^a **Aula Prática – 21 de Outubro de 2016**

1. Resolva o seguinte problema de minimização

$$\min_{p\in\mathcal{P}_2}\int_{-1}^{1}\left[\sqrt{|x|}-p(x)\right]^2 dx\,.$$

2. Seja $f(x)=\cos x$. Determine o polinómio p_1, de grau ≤ 1, que minimiza

$$\int_0^\infty e^{-x}\,[f(x)-p_1(x)]^2\,dx\,.$$

3. Seja $f(x)=\arccos x,\ x\in[-1,1]$. Determine o polinómio $q_2^*\in\mathcal{P}_2[-1,1]$ tal que

$$\|f-q_2^*\|_w=\min_{q\in\mathcal{P}_2}\|f-q\|_w\,,\qquad \text{onde}\quad \|f\|_w=\left(\int_{-1}^{1}\frac{[f(x)]^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx\right)^{1/2}.$$

4. Resolva o seguinte problema de minimização

$$\min_{q\in\mathcal{P}_4}\int_0^2\left[(1-x)^5-q(x)\right]^2 dx\,.$$

5. Seja $f\in C[0,1]$ e $\mathcal{F}_n[0,1]=ger\left\{1,x^2,x^4,\ldots,x^{2n}\right\}$, $n\in\mathbb{N}$, $x\in[0,1]$.

a) Mostre que existe uma e uma só melhor aproximação uniforme de f em $\mathcal{F}_n[0,1]$.

b) Determine a melhor aproximação uniforme de $f(x)=x^3$ em $\mathcal{F}_1[0,1]$.

6. Resolva o problema de minimização

$$\min_{p\in\mathcal{P}_3[-2,2]}\ \max_{x\in[-2,2]}|2x^4-4x^2-p(x)|\,.$$

7. Prove que a_n, o coeficiente do termo em x^n do polinómio de Legendre de grau n é dado por

$$a_n=\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}\,.$$