LMAC/MMA/MEIC
Análise Numérica

2^a **Aula Prática – 30 de Setembro de 2016**

1. Determine o spline cúbico natural que interpola os dados

$$\left\{ (1,1)\,, \quad \left(2, \frac{1}{2}\right), \quad \left(3, \frac{1}{3}\right), \quad \left(4, \frac{1}{4}\right) \right\}.$$

2. O spline cúbico que interpola f' nos extremos é por vezes designado por *spline cúbico clássico*. Determine o spline cúbico clássico, interpolador de $f(x) = 4x^4$ nos pontos $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$. Obtenha um majorante para o erro $\max_{x\in[-1,1]} |f(x) - s(x)|$.

3. Seja p_3 o polinómio interpolador de Lagrange de uma função f nos quatro pontos $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$ e seja s o spline cúbico clássico, interpolador de f nos mesmos quatro pontos. Mostre que $s \equiv p_3$, desde que $s'(x_0) = p_3'(x_0)$ e $s'(x_3) = p_3'(x_3)$.

4. Determine o spline cúbico periódico interpolador de $f(x) = \cos x$ nos pontos $x_0 = -\pi, x_1 = 0$ e $x_2 = \pi$.

5. Obtenha uma fórmula de diferenças centradas para a aproximação de $f'(x)$ usando o polinómio interpolador de Lagrange p_3 nos nós $x_0 = x - h, x_1 = x + h, x_2 = x - 2h$ e $x_3 = x + 2h$. Supondo que a função f é (pelo menos) de classe C^5, apresente uma estimativa para o erro.

6. Sejam $x_0 = z - h, x_1 = z$ e $x_2 = z + h$ e suponha que os valores de f_0, f_1 e f_2 ($f_j = f(x_j)$) estão afectados de erros e apenas conhecemos os valores aproximados respectivos $\widehat{f_0}, \widehat{f_1}$ e $\widehat{f_2}$. Analise o efeito dos erros $\epsilon_j = f_j - \widehat{f_j}, j = 0,1,2$, no cálculo da aproximação de $f''(z)$ usando a fórmula com diferenças centradas

$$\frac{f(z+h) - 2f(z) + f(z-h)}{h^2}\,.$$