

1. Considere o seguinte sistema de duas equações diferenciais ordinárias de valor inicial

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1'(t) = -100 w_1(t) + w_2(t) \\ w_2'(t) = -\frac{1}{10} w_2(t) \\ w_1(0) = w_1^0, \quad w_2(0) = w_2^0 \end{array} \right\} \quad t > 0 \quad (1)$$

a) Mostre que o sistema (1) é rígido. Determine a solução exacta do sistema.

b) Aproxime a solução exacta pelo método de Euler explícito no intervalo $[0, 1]$. Considere $w_1^0 = w_2^0 = 1$ e experimente diferentes valores de $h > 0$.

c) Aproxime a solução exacta pelo método de Euler implícito no intervalo $[0, 1]$. Considere $w_1^0 = w_2^0 = 1$ e experimente diferentes valores de $h > 0$.

2. Considere o seguinte método predictor-corrector PEC (Predict-Evaluate-Correct)

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{n+2}^* - y_n = 2h f_{n+1}^* \\ y_{n+2} - y_{n+1} = \frac{h}{2} (f_{n+2}^* + f_{n+1}^*) \end{array} \right. \quad n = 0, 1, \dots \quad (2)$$

a) Determine a ordem do método (2). Analise a sua estabilidade absoluta.

b) Considere o método (2) no modo PECE (Predict-Evaluate-Correct-Evaluate), i.e.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{n+2}^* - y_n = 2h f_{n+1} \\ y_{n+2} - y_{n+1} = \frac{h}{2} (f_{n+2}^* + f_{n+1}) \end{array} \right. \quad n = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Determine o polinómio de estabilidade do método (3). Esboce, no plano complexo, a sua região de estabilidade absoluta.