

**Secção de Matemática Aplicada e Análise Numérica**  
Departamento de Matemática/Instituto Superior Técnico

**Análise Numérica** (LMAC/MMA/MEIC)

1º Teste – 18 de Novembro de 2008

1. Determine o polinómio interpolador de Hermite  $H_5$ , de grau  $\leq 5$ , de  $f(x) = \cos^2(\pi x)$ , usando pontos  $x_0 = -0.5, x_1 = 0$  e  $x_2 = 0.5$ . Prove ainda que

$$|f(0.25) - H_5(0.25)| \leq 10^{-1} \quad [2.0]$$

2. Considere os polinómios de Chebyshev  $T_n, n = 0, 1, \dots$ , definidos no intervalo  $[-1, 1]$ . Prove que  $T_n(1) = 1, T_n(-1) = (-1)^n, n = 0, 1, \dots$  [1.5]

3. Aproxime o integral  $I(f) = \int_{-1}^1 e^{x^2} dx$  pela quadratura de Gauss-Legendre com 3 pontos. [2.0]

4. Prove que a melhor aproximação uniforme de  $f(x) = x^n, n = 2, 3, \dots$ , em  $\mathcal{P}_{n-1}[-1, 1] \subset C[-1, 1]$  é um polinómio  $q^*$  de grau  $n - 2$ . [1.0]

5. Determine a melhor aproximação uniforme de  $f(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$ , em  $\mathcal{P}_3[-1, 1]$ . [1.5]

6. Considere a matriz complexa

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 1+i \\ 0 & 7 & 0 & -i \\ 1 & 0 & -5 & 1-i \\ 1-i & i & 1+i & 2 \end{bmatrix}.$$

Localize, pelo teorema de Gerschgorin, os valores próprios de  $A$ . [2.0]