Nome:____ **Nº:**________ **Curso:**_____

SALA
DOCENTE

NOTAS
1(a) ____
1(b) ____
1(c) ____
1(d) ____
2(a) ____
2(b) ____
2(c) ____
2(d) ____
3 ____
4 ____
TOTAL

ANÁLISE MATEMÁTICA III A
LCI, LEAer, LEBM, LEFT e LMAC
1º Teste – 6 de Novembro de 2004

Instruções

- Resolva todas as questões nestas páginas, utilizando o verso se necessário.
- Apresente todos os cálculos e justificações relevantes.
- Não é permitida a utilização de máquinas de calcular nem de quaisquer elementos de consulta.
- O teste tem a duração de **1 hora e 30 minutos**.

Problema 1.

Considere o conjunto $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 + y^2 + 2xz + 5z^2 = 6\}$.

(a) (2 val.) Mostre que M é uma variedade de dimensão 2.

(b) (2 val.) Em que pontos de M é que o Teorema da Função Implícita não garante que se pode escrever M localmente como o gráfico duma função $x = f(y, z)$?

(c) (2 val.) Indique uma base para o espaço tangente a M no ponto $(0, -1, 1)$.

(d) (2 val.) Calcule o máximo da restrição da função $f(x, y, z) = x + 2z$ à variedade M.

Problema 2.

Considere o conjunto mensurável

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 4,\ z > \sqrt{x^2 + y^2},\ -x < y < 0\}\ .$$

(a) (2 val.) Escreva o integral $\iiint_S f$ em termos de integrais iterados da forma $\int \left(\int \left(\int f \mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}z$.

(b) (1.5 val.) Escreva o integral $\iiint_S f$ em coordenadas cilíndricas.

(c) (1.5 val.) Escreva o integral $\iiint_S f$ em coordenadas esféricas.

(d) (2 val.) Calcule o volume de S.

Problema 3. (2 val.)

Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} < x + y < \pi,\ 0 < 3y + x < 1\}$. Calcule $\displaystyle\iint_A (3y + x)^5 \operatorname{sen}(x + y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, usando uma mudança de coordenadas apropriada.

Problema 4. (3 val.)

Seja $f : \mathbb{R} \to [0, +\infty[$ uma função integrável em $\mathbb{R}$. Mostre que, se $\displaystyle\int_{\mathbb{R}} f = 0$, então $f = 0$ q.t.p.