

## Análise Matemática II

### 1º semestre de 2006/2007

#### Exercícios sobre rectas e planos tangentes e normais

1. Escreva a equação do plano tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto  $P_0$ , onde:
  - (a)  $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 y)$ ,  $P_0 = (1, 2)$ ;
  - (b)  $f(x, y) = xy e^{x+y}$ ,  $P_0 = (3, 1)$ ;
  - (c)  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ ,  $P_0 = (2, 3)$ ;
  - (d)  $f(x, y) = x \cos\left(\frac{\pi}{y}\right)$ ,  $P_0 = (1, 4)$ .
2. Escreva a equação do plano ou recta tangente à superfície ou curva no ponto  $P_0$  indicados:
  - (a)  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $P_0 = (1, 2, 2)$ ;
  - (b)  $x^3 + y^3 + z^3 = 5xyz$ ,  $P_0 = (2, 1, 1)$ ;
  - (c)  $z^3 + (x + y)z^2 + x^2 + y^2 = 13$ ,  $P_0 = (2, 2, 1)$ ;
  - (d)  $2x^2 + 3y^2 = 35$ ,  $P_0 = (2, 3)$ ;
  - (e)  $x^4 + xy + y^2 = 19$ ,  $P_0 = (2, -3)$ ;
  - (f)  $xyz + x^2 - 2y^2 + z^3 = 13$ ,  $P_0 = (5, -2, 3)$ .
3. Para cada uma das alíneas da pergunta anterior, escreva a equação da recta normal à superfície ou curva no ponto indicado.
4. Determine o espaço tangente e o espaço normal a cada uma das seguintes variedades no ponto  $(1, 0, 1)$ :
  - (a)  $L = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z = x^2 - y^2\}$ ;
  - (b)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 - y^2, x^2 + y^2 < 1\}$ .