

## Combinatória e Teoria de Códigos

Teste 2 – 11 de Junho de 2015

Duração: 1h 30m

- **Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.**
- **Não é permitido o uso de máquinas calculadoras, telemóveis, nem de outros elementos de consulta.**

1. Seja  $C = \text{Ham}(2, 4)$ .

- (a) (0,5 val.) Justifique que  $C$  é um código MDS.
- (b) (2,5 val.) Escreva o polinómio enumerador de pesos do código  $C$ .

2. (a) (2 val.) Factorize  $t^8 - 1$  no produto de polinómios irreduutíveis em  $\mathbb{F}_3[t]$ .

[Sugestão: Verifique que  $t^4 + 1 = (t^2 + t + 2)(t^2 + 2t + 2)$  em  $\mathbb{F}_3[t]$ .]

- (b) (2 val.) Determine o número de códigos cíclicos sobre  $\mathbb{F}_3$  de comprimento 8 e dimensão 3.

3. Seja  $C$  o código linear binário com a seguinte matriz geradora

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$

- (a) (3 val.) Justifique que  $C$  é um código cíclico e determine o seu polinómio gerador.
- (b) (2 val.) Determine o polinómio de paridade de  $C$  e decida se  $C$  é auto-ortogonal.
- (c) (3 val.) Sabendo que  $C$  corrige todos os erros- $m$  acumulados com  $m \leq 2$ , descodifique o vector recebido

$$y = 1111110 ,$$

usando o Algoritmo Caça ao Erro Acumulado.

4. Sejam  $C_1$  e  $C_2$  códigos lineares sobre  $\mathbb{F}_q$  com o mesmo comprimento tais que  $C_1 \cap C_2 \neq \{0\}$ . Em cada uma das seguintes alíneas, demonstre ou dê um contra-exemplo:

- (a) (2 val.) Se  $C_1$  e  $C_2$  são códigos cíclicos, a intersecção  $C_1 \cap C_2$  é um código cíclico.
- (b) (3 val.) Se  $C_1$  e  $C_2$  são códigos Reed-Solomon, a intersecção  $C_1 \cap C_2$  é um código Reed-Solomon.