

Combinatória e Teoria de Códigos

Teste 2 – 12 de Junho de 2014

Duração: 1h 30m

- **Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.**
- **Não é permitido o uso de máquinas calculadoras, telemóveis, nem de outros elementos de consulta.**

1. (3 val.) Mostre que existe um sistema de Steiner $S(1, k, v)$ se e só se $k \mid v$.
2. Seja C o código cíclico sobre \mathbb{F}_5 e de comprimento 15 com o seguinte polinómio gerador

$$g(t) = 1 + 3t + t^2 + 2t^3 + t^4 + 3t^5 + t^6 \in \mathbb{F}_5[t].$$

- (a) (2 val.) Indique a dimensão de C e escreva uma matriz geradora.
- (b) (3 val.) Quantos códigos cíclicos, sobre \mathbb{F}_5 , de comprimento 15 e com a mesma dimensão de C é que existem? Indique os respectivos polinómios geradores.
- (c) (3 val.) Sabendo que C corrige todos os erros- l acumulados com $l \leq 3$, descodifique o vector recebido

$$y = 042201213100000 \in \mathbb{F}_5^{15},$$

usando o Algoritmo Caça ao Erro Acumulado.

- (d) (3 val.) Sabendo que ocorreram apenas erros de apagamento, corrija, se possível, os seguintes vectores recebidos

$$z = ?20?0403100000 \quad \text{e} \quad w = 0000?0000?0000?$$

[Sugestão: poderá querer verificar que o sintoma de t^{10} é $S(t^{10}) = 4t^5 + 4$.]

3. Em cada uma das seguintes alíneas, decida se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando.
 - (a) (2 val.) Se C é um código MDS com $d(C) \geq 2$, então o pontuado numa coordenada qualquer é MDS.
 - (b) (2 val.) Se C é um código MDS, o código entrelaçado $C^{(2)}$ é MDS.
 - (c) (2 val.) Se C é um código Reed-Solomon, a sua extensão por paridade \widehat{C} é um código Reed-Solomon.