

COMBINATÓRIA E TEORIA DE CÓDIGOS

TPC 6 (para entregar na aula de 24/5/2013)

1. Seja $C = \text{Ham}(3, 2)$ o código de Hamming binário de redundância 3 e com polinómio gerador $g(t) = 1 + t + t^3$
 - (a) Determine os parâmetros $[n, k, d]$ do código entrelaçado $C^{(3)}$.
 - (b) Determine o polinómio gerador e o de paridade de $C^{(3)}$.
 - (c) Mostre que $C^{(3)}$ corrige todos os erros- m acumulados com $m \leq 3$, mas não corrige todos os erros acumulados de comprimento 4.
 - (d) Usando o Algoritmo Caça ao Erro Acumulado, descodifique o vector recebido

$$y(t) = t + t^3 + t^4 + t^9 + t^{13} .$$

2. Seja C o código binário linear com a seguinte matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Determine a distância mínima $d(C)$ e indique a capacidade de detecção e de correcção de erros aleatórios deste código. Mostre ainda que C detecta todos os erros- m acumulados com $m \leq 3$.

3. Seja $C = \langle (0, \alpha, \alpha^2, 1), (1, 1, 1, 1) \rangle \subset \mathbb{F}_4^4$, onde $\mathbb{F}_4 = \mathbb{F}_2[\alpha]$ com $\alpha^2 = 1 + \alpha$.
 - (a) Determine uma matriz geradora e os parâmetros do código concatenação $C^* = \phi^*(C)$, onde $\phi : \mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_2^2$ é a aplicação linear sobre \mathbb{F}_2 definida por $\phi(1) = 10$ e $\phi(\alpha) = 01$.
 - (b) Justifique que o código C^* é equivalente a $\widehat{\text{Ham}}(3, 2)^\perp$.
4. Seja C um código q -ário MDS de parâmetros $[n, k]$ com $k < n$.
 - (a) Mostre que existe um código q -ário MDS de comprimento n e dimensão $n - k$.
 - (b) Mostre que existe um código q -ário MDS de comprimento $n - 1$ e dimensão k .

5. Seja C o código linear sobre \mathbb{F}_7 , com matriz geradora

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3^2 & 3^3 & 3^4 & 3^5 \end{bmatrix}$$

- (a) Mostre que C é um código cíclico.
- (b) Determine o polinómio gerador de C .
- (c) Justifique que C é um código Reed-Solomon e indique os seus parâmetros $[n, k, d]$.