COMBINATÓRIA E TEORIA DE CÓDIGOS
TPC 3

(para entregar até 1/4/2011)

Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.

1. Seja C um código linear binário de comprimento $n \geq 4$. Seja H uma matriz de paridade para C tal que as colunas de H são todas distintas e têm todas peso ímpar. Prove que $d(C) \geq 4$.

2. (a) Para um código linear q-ário de comprimento n e distância mínima d, mostre que os vectores $x \in \mathbb{F}_q^n$ com peso $w(x) \leq \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$ são chefes de classes distintas deste código.

   (b) Seja C um código perfeito com $d(C) = 2t + 1$. Mostre que os únicos chefes de classe de C são os determinados na alínea anterior.

   (c) Assumindo que o código perfeito C da alínia (b) é binário, seja $\widehat{C}$ o código obtido de C acrescentando um dígito de paridade, i.e.,

$$\widehat{C} = \left\{(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}) \in \mathbb{F}_2^{n+1} : (x_1, \ldots, x_n) \in C\,, \sum_{i=1}^{n+1} x_i = 0\right\} .$$

   Mostre que qualquer chefe de classe de $\widehat{C}$ tem peso menor ou igual a $t + 1$.

3. Considere um código linear ternário C (i.e., sobre o alfabeto $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$) tendo como matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

   (a) Determine, justificando, os parâmetros $[n, k, d]$ de C.

   (b) Calcule uma matriz geradora na forma canónica do código C.

   (c) Diga quais as capacidades correctoras de C para erros de apagamento, justificando cuidadosamente a resposta.

   (d) Diga o que fazer perante as palavras recebidas

$$x = 2101?? , \qquad y = 1???12 \qquad \text{e} \qquad z = ???210 .$$

4. Problema 3(c) da Ficha 4: Procure um código linear binário $[7, k]$ com a taxa de transmissão máxima que permita corrigir os seguintes vectores de erro: 1000000, 1000001, 1100001, 1100011, 1110011, 1110111 e 1111111.