COMBINATÓRIA E TEORIA DE CÓDIGOS
Ficha 7

26/4/2011

Problema 1.a) Exercícios 12.9, 12.20 e 12.21 de R. Hill.

b) Seja $C = \langle (t+1)f(t) \rangle$ um código cíclico binário de comprimento n, onde $f(t) \mid t^n - 1$, mas $f(t) \nmid t^k - 1, \forall\, k : 1 \leq k \leq n-1$. Mostre que C corrige todos os erros simples e também os erros duplos em posições consecutivas.

Problema 2. Considere o código cíclico binário de comprimento $n = 15$ gerado pelo polinómio $g(t) = 1 + t^3 + t^4 + t^5 + t^6$.

a) Justifique que $g(t)$ é de facto o polinómio gerador daquele código.

b) Escreva uma matriz geradora, o polinómio de paridade e uma matriz de paridade para o código.

c) Escreva, justificando, uma matriz geradora na forma $G = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}$ para aquele código e a correspondente matriz de paridade.

d) Codifique sistematicamente o vector mensagem $\mathbf{m} = 010010001$.

e) Sabendo-se que aquele código tem distância mínima $d(C) = 5$, descodifique o vector recebido $\mathbf{y} = 010011000111010$, justificando convenientemente as suas decisões.

Problema 3.a) Verifique que $g(t) = 2 + t^2 + 2t^3 + t^4 + t^5$ divide $t^{11} - 1$ em $\mathbb{F}_3[t]$.

b) Seja C o código cíclico ternário gerado por $g(t)$. Sabendo que se trata de um código $[11, 6, 5]_3$ (TEOREMA 12.21 em R. Hill), use o Algoritmo de Caça ao Erro para descodificar o vector recebido $\mathbf{y} = 20121020112$.

c) Qual é a proporção de erros de peso 2 que não são corrigíveis por este algoritmo?

Problema 4. Considere o código cíclico binário $[15, 5, 7]$ com polinómio gerador $g(t) = 1 + t + t^2 + t^4 + t^5 + t^8 + t^{10}$.

a) Justifique que o Algoritmo de Caça ao Erro permite corrigir todos os erros de peso ≤ 3 excepto $\widehat{e} = 100001000010000$ e os seus desvios cíclicos $\widehat{e}^j$.

b) Descodifique o vector recebido $\mathbf{y} = 111101010011101$.

c)(i) Complete aquele algoritmo de modo a corrigir também os erros do tipo $\hat{e}^j, j = 0, 1, 2, 3, 4$.

[SUGESTÃO: Note que o sintoma de $\hat{e}(t)$ é $1 + t^5 + \rho(t)$, onde $\rho(t)$ é o resto da divisão de t^{10} por $g(t)$.]

(ii) Descodifique o vector recebido $\mathbf{y}' = 111000111100100$.

Problema 5. Considere de novo o código cíclico binário de comprimento $n = 15$ com polinómio gerador $g(t) = 1 + t^3 + t^4 + t^5 + t^6$ do Problema 2.

a) Verifique que embora seja um código de distância mínima 5, se trata de um código corrector de até erros-3 acumulados, justificando e explicando convenientemente o que tal significa.

b) Utilizando essa capacidade correctora, descodifique pelo Algoritmo de Caça ao Erro Acumulado o vector recebido $\mathbf{y} = 011100000111000$.