

COMBINATÓRIA E TEORIA DE CÓDIGOS

Ficha 4

7/4/2008

Exercícios 7.1 - 7.9 + 7.11 de R. Hill

Problema 1. Considere o Código linear sobre $\mathbb{GF}(11)$ de matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & X \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 & 8^2 & 9^2 & X^2 \end{bmatrix} :$$

a) Determine os parâmetros $[n, k, d]$ daquele código. [SUGESTÃO : Comece por verificar que em qualquer corpo \mathbb{K}

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \end{vmatrix} = (a_3 - a_1)(a_2 - a_1)(a_3 - a_2), \forall a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{K};$$

b) Escreva uma matriz geradora do código;

c) (i) Descreva pormenorizadamente um Algoritmo de Descodificação para aquele código que permita corrigir 1 erro e detectar 2 erros em qualquer posição;

(ii) Utilize esse Algoritmo para descodificar os vectores recebidos

$$x = 0204000910; y = 0120120120$$

Problema 2. Problema análogo ao anterior para o Código linear sobre $\mathbb{GF}(11)$ de matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & X \\ 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 & 8^2 & 9^2 & X^2 \\ 1^3 & 2^3 & 3^3 & 4^3 & 5^3 & 6^3 & 7^3 & 8^3 & 9^3 & X^3 \end{bmatrix};$$

Descodifique também o vector recebido

$$z = 1204000910.$$

OBSERVAÇÃO : Consulte o Capítulo 11 do livro de R. Hill para este problema e mais generalizações.

Problema 3. a) Estude e explique convenientemente a resolução dada pelo R. Hill do Exercício 7.10;

b) Tente arranjar uma nova resolução para aquele exercício;

c) Procure um código linear $[7, k]$ com a taxa de eficiência máxima que permita corrigir os seguintes vectores de erro: 1000000, 1000001, 1100001, 1100011, 1110011, 1110111, 1111111.