

Cálculo Diferencial e Integral II Respostas à Ficha de Trabalho 8

1. (a) O jacobiano é não nulo em \mathbb{R}^2 , f é injectiva no seu domínio, $f(S) = \mathbb{R}^2$ e $f^{-1}(u, v) = (\frac{1}{3}u + \frac{2}{3}v, \frac{1}{3}u - \frac{1}{3}v)$.
- (b) O jacobiano é não nulo em $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: xy > 0, x \neq y\}$. f não é injectiva no seu domínio. $f(S) = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2: 0 < v < \frac{1}{2}e^{-u}\}$, e $f^{-1}: f(S) \rightarrow S$ é dada pela expressão

$$f^{-1}(u, v) = \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{v} + 2e^u} + \sqrt{\frac{1}{v} - 2e^u}}{2}, \frac{\sqrt{\frac{1}{v} + 2e^u} - \sqrt{\frac{1}{v} - 2e^u}}{2} \right)$$

2. (b) Em torno dos pontos $(x, y) \neq (0, 0)$.

(c) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$.

3. $\frac{1}{2}$.

4. $f'(1) = -\frac{\pi}{2}$.

5. (b) $f'(3) = 0$ e $f''(3) = \frac{2}{9}$.

6. $-\frac{2}{3}$.

7. (b) $\alpha'(1) = (1, e - \frac{1}{e})$.