

Cálculo Diferencial e Integral II Respostas à Ficha de Trabalho 5

1. (a) $\nabla f(x, y) = \left(\arctan\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{xy}{x^2+y^2}, -\frac{x^2}{x^2+y^2} \right);$

A matriz Hessiana é $\begin{bmatrix} \frac{2y^3}{(x^2+y^2)^2} & -\frac{2xy^2}{(x^2+y^2)^2} \\ -\frac{2xy^2}{(x^2+y^2)^2} & \frac{2x^2y}{(x^2+y^2)^2} \end{bmatrix}.$

(b) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{x^2+y^2} \right), -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \operatorname{sen} \left(\sqrt{x^2+y^2} \right) \right);$

A matriz Hessiana é $\begin{bmatrix} -\frac{y^2}{r^3} \operatorname{sen} r - \frac{x^2}{r^2} \cos r & xy \left(\frac{1}{r^3} \operatorname{sen} r^2 - \frac{1}{r^2} \cos r \right) \\ xy \left(\frac{1}{r^3} \operatorname{sen} r - \frac{1}{r^2} \cos r \right) & -\frac{x^2}{r^3} \operatorname{sen} r - \frac{y^2}{r^2} \cos r \end{bmatrix}$

onde $r = \sqrt{x^2+y^2}.$

(c) $\nabla f(x, y, z) = \left(ze^{xz} \tan(yz), \frac{ze^{xz}}{\cos^2(yz)}, xe^{xz} \tan(yz) + \frac{ye^{xz}}{\cos^2(yz)} \right), H(f)(x, y, z) =$

$$\begin{bmatrix} z^2 e^{xz} \tan(yz) & \frac{z^2 e^{xz}}{\cos^2(yz)} & \frac{e^{xz}((1+xz) \operatorname{sen}(yz) \cos(yz) + zy)}{\cos^2(yz)} \\ \frac{z^2 e^{xz}}{\cos^2(yz)} & \frac{2z^2 e^{xz} \operatorname{sen}(yz)}{\cos^3(yz)} & \frac{e^{xz}(1+xz-2yz \tan(yz))}{\cos^2(yz)} \\ \frac{e^{xz}((1+xz) \operatorname{sen}(yz) \cos(yz) + zy)}{\cos^2(yz)} & \frac{e^{xz}(1+xz-2yz \tan(yz))}{\cos^2(yz)} & \frac{e^{xz}(x^2 \operatorname{sen}(yz) \cos(yz) + 2xy - 2y^2 \tan(yz))}{\cos^2(yz)} \end{bmatrix}$$

4. (a) Ponto de mínimo em $(0, 0).$

(b) Ponto de mínimo em $(0, 0),$ ponto de sela em $(0, \frac{2}{3}).$

(c) Ponto de sela em $(0, 0).$

(d) Ponto de mínimo em $(1, 1).$

(e) Ponto de mínimo em $(0, 0, 0).$

(f) Ponto de sela em $(0, 0).$

(g) Ponto de sela em $(0, 0).$

(h) Ponto de sela em $(0, 0);$ pontos de mínimo em $(-\frac{1}{2}, 1)$ e $(\frac{1}{2}, -1).$