

Cálculo Diferencial e Integral 2

Respostas à Ficha de Trabalho 9

1. Há várias maneiras de parametrizar cada variedade. Abaixo encontram-se respostas possíveis. Em alguns casos a parametrização não descreve completamente a variedade (falha alguns pontos). Se se quisesse parametrizar a variedade em torno dos pontos que faltam poder-se-ia usar a mesma expressão com um domínio de variação diferente para os parâmetros.
- Dimensão 1. $g(x) = (x, x^3)$ com $-\infty < x < +\infty$.
 - Dimensão 1. $g(t) = \left(\frac{\cos t}{2}, \frac{\sin t}{3}\right)$ com $0 < t < 2\pi$.
 - Dimensão 2. $g(t, x) = (x, \cos t, \sin t)$ com $-1 < x < 1$ e $0 < t < \frac{\pi}{2}$.
 - Dimensão 2. $g(x, y) = (x, y, x^2 + y^2)$ com $x^2 + y^2 < 1$.
 - Dimensão 2. $g(\theta, \phi) = ((3 + \cos \phi) \cos \theta, (3 + \cos \phi) \sin \theta, \sin \phi)$ com $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ e $0 < \phi < \pi$.
 - Dimensão 2. $g(\theta, \phi) = (\sin \phi \cos \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \phi)$ com $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{4}$ e $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$.
 - Dimensão 2. $g(\theta, y) = (\sqrt{y^2 + 1} \sin \theta, y, \sqrt{y^2 + 1} \cos \theta)$ com $-1 < y < 1$ e $0 < \theta < \pi$.
 - Dimensão 1. $g(x) = (x, 1 - x, 2x^2 - 2x + 1)$ com $0 < x < 1$.
2. Espaço tangente: $\{(x, x, 4x) : x \in \mathbb{R}\}$. Espaço normal: $\{(x, y, -\frac{x}{4} - \frac{y}{4}) : x, y \in \mathbb{R}\}$.
3. Espaço tangente: $\{(x, 0, z) : x, z \in \mathbb{R}\}$. Espaço normal: $\{(0, y, 0) : y \in \mathbb{R}\}$.
4. Recta tangente definida pelas equações: $x = 1$; $z = 2y$. Plano normal definido pela equação: $y + 2z = 0$.
5. Recta normal definida pelas equações: $x + z = 2$; $y + z = 2$. Plano tangente definido pela equação: $x + y - z = 1$.