

# Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2022/23

Cursos: LEEC, LEIC

TESTE 2 (VERSÃO A)

7 DE DEZEMBRO DE 2022, 19H

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes. Duração: 45m.

1. Considere a equação

$$y' + y^2 \cos t = 0 \quad , \quad y(0) = y_0$$

sendo  $y_0$  um número real.

(a) (4 val.) Determine a solução do PVI.

(b) (1 val.) Indique os valores de  $y_0$  para os quais o intervalo máximo da solução do PVI é  $\mathbb{R}$ .

2. (6 val.) Resolva o PVI

$$(2y - x)y' = y \quad , \quad y(1) = 1$$

indicando explicitamente a solução e o intervalo máximo de solução.

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(a) (5 val.) Determine  $e^{At}$

(b) (1 val.) Resolva o PVI

$$x' = Ax \quad , \quad x(0) = (1, 1, 1)$$

4. Para cada alínea escolha a opção correcta

(a) (1 val.) Se  $y(t)$  é a solução do (PVI)

$$y'' - y = 0 \quad , \quad y(0) = 2 \quad , \quad y'(0) = 0$$

então o valor de  $y(1)$  é:

A. 2

B.  $e + e^{-1}$

C.  $2e^{-1}$

D.  $2e$

(a) \_\_\_\_\_

(b) (1 val.) Os valores de  $m$  para os quais a função  $y(t) = t^m$  é solução da equação

$$t^2 y'' - 5ty' + 8y = 0$$

são:

A. 2 e 4

B. 3 e 4

C. -3 e -4

D. 2 e 3

(b) \_\_\_\_\_

(c) (1 val.) A mudança de variável  $u = y - x$  transforma a equação

$$\frac{dy}{dx} = 1 + \sqrt{y - x}$$

na equação separável:

A.  $u' = \sqrt{u}$

B.  $u' = 1 + \sqrt{u}$

C.  $u' = u^2$

D.  $u' = 1 + u^2$

(c) \_\_\_\_\_